FINANZMATHEMATIK

Cornelia Heinrich & Martina Urmoes

Wofür braucht man die Finanzmathematik?

Finanzmathematik beschäftigt sich mit Geldbeträgen im Bezug auf Banken und deren Verleihgebühren → Zinsen

EINFACHE ZINSRECHNUNG

$$Kn = K0 * (1 + n * i)$$

Wofür steht K0, Kn, n und i?

Kn= Endkapital
K0=Anfangskapital
n=Jahre
i=Zinssatz p.a. (pro Jahr)

Beispiel einfache Zinsrechnung

Berechne das Endkapital Kn für ein Anfangskapital K0=5000,- bei einer Verzinsung von i=2,5% und einer Verzinsungsdauer von einem Vierteljahr.

Willst du die Antwort wissen, dann klicke auf Lösung!

Lösung

ZINSESZINSEN

Bei den Zineszinsen kann man

aufzinsen $Kn = K0 * (1 + i)^n$

und

abzinsen $K0 = \frac{Kn}{(1 + i)^n}$

BEISPIEL ZINSESZINSEN

Für eine Realität bieten:
A: € 30.000,-- sofort, € 100.000,- in 2 Jahren, € 50.000,- in 4 Jahren;
B: € 50.000,- sofort, € 50.000,- in 1 Jahr, € 80.000,- in 4 Jahren.
Welches Angebot ist für den Verkäufer besser? (i=4% p.a)

Willst du die Antwort wissen, dann klicke auf Lösung!

Lösung

RENTE

Die Rente ist eine Zahlung in gleichen Zeitabschnitten und in gleicher Höhe.

Bsp.: Pension, Leasingrate, Kreditrate, Bausparraten, Miete, Versicherung

RENTE

Bei der Rente unterscheiden wir vorschüssig (Anfang des Monats/Jahres), nachschüssig (Ende des Monats/Jahres) und unterjährig.

RENTE - VORSCHÜSSIG

$$En = R * (1 + i) * \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

$$Bn = \frac{R}{(1 + i)^{n-1}} * \frac{(1 + i)^n - 1}{i}$$

Wofür steht En, Bn und R ?

En ist der Endwert (am Ende der Dauer), Bn ist der Barwert (zu Beginn der Dauer) und R ist die Rate.

BEISPIEL VORSCHÜSSIG

Eine Rentenzahlung von jährlich € 2.000,- wird 14 Jahre lang geleistet. Der Zinssatz beträgt 4,5%. Wie hoch ist der Rentenendwert, wenn die Zahlungen zu Beginn eines jeden Jahres erfolgen?

Willst du die Antwort wissen, dann klicke auf Lösung!

Lösung

RENTE - NACHSCHÜSSIG

$$En = R * \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

$$Bn = \frac{R}{(1+i)^n} * \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

BEISPIEL NACHSCHÜSSIG

Eine Rentenzahlung von jährlich € 5.000,- wird 13 Jahre lang geleistet. Der Zinssatz beträgt 3,5%. Wie hoch ist der Rentenendwert, wenn die Zahlungen am Ende eines jeden Jahres erfolgen?

Willst du die Antwort wissen, dann klicke auf Lösung!

Lösung

RENTE - UNTERJÄHRIG

Bei der unterjährigen Rente unterscheidet man wieder ob es vorschüssig oder nachschüssig ist.

UNTERJÄHRIG - VORSCHÜSSIG

$$En = R * (1 + i_m) * \frac{(1 + i_m)^{m*n} - 1}{i_m}$$

$$Bn = \frac{R}{(1 + i_m)^{m*n-1}} * \frac{(1 + i_m)^{m*n} - 1}{i_m}$$

Wofür steht das m?

m. . . Anzahl d. Perioden im Jahr

BEISPIEL UNTERJÄHRIG - VORSCHÜSSIG

Rate = € 1000,-
i = 5 %
m = ¼ jährlich
n = 4 Jahre
Berechne den Endwert!

Willst du die Antwort wissen, dann klicke auf Lösung!

Lösung

UNTERJÄHRIG - NACHSCHÜSSIG

$$En = R * \frac{(1 + i_m)^{m*n} - 1}{i_m}$$

$$Bn = \frac{R}{(1 + i_m)^{m*n}} * \frac{(1 + i_m)^{m*n} - 1}{i_m}$$

BEISPIEL UNTERJÄHRIG - NACHSCHÜSSIG

Rate = € 1000,-
i = 5 %
m = ¼ jährlich
n = 4 Jahre
Berechne den Barwert!

Willst du die Antwort wissen, dann klicke auf Lösung!

Lösung

Lösung einfache Zinsrechnung

$$5.000 * \left(1 + \frac{1}{4} * 0{,}025\right) = 5031{,}25$$

Gut gemacht!

LÖSUNG ZINSESZINSEN

- ***aufzinsen***

Angebot A

$$30.000 * (1 + 0{,}04)^4 + 100.000 * (1 + 0{,}04)^2 + 50.000 = 193255{,}76$$

Angebot B

$$50.000 * (1 + 0{,}04)^4 + 50.000 * (1 + 0{,}04)^3 + 80.000 = 194736{,}13$$

- Angebot B ist besser!

LÖSUNG ZINESZINSEN

- ***abzinsen***

Angebot A

$$\frac{50.000}{(1+0{,}04)^4} + \frac{100.000}{(1+0{,}04)^2} + 30.000 = 165.195{,}83$$

Angebot B

$$\frac{80.000}{(1+0{,}04)^4} + \frac{50.000}{(1+0{,}04)^1} + 50.000 = 166.461{,}26$$

- Angebot B ist besser!

LÖSUNG RENTE-VORSCHÜSSIG

$$2000 * (1 + 0{,}045) * \frac{(1 + 0{,}045)^{14} - 1}{0{,}045} = 39568{,}11$$

Lösung Rente-nachschüssig

$$5000 * \frac{(1 + 0{,}035)^{13} - 1}{0{,}035} = 80565{,}15$$

LÖSUNG UNTERJÄHRIG - VORSCHÜSSIG

Gut gemacht!

$$i_m \dots (1+i) = (1+i_m)^n$$

$$(1+0,05) = (1+i_4)^4$$

$$1,05 = (1+i_4)^4 \quad /\sqrt[4]{}/-1$$

$$\sqrt[4]{1,05} - 1 = i_4 = 0,01227$$

$$1000 * (1+0,01227) * \frac{(1+0,01227)^{4*4}-1}{0,01227} = 17430,44$$

LÖSUNG UNTERJÄHRIG - NACHSCHÜSSIG

$$i_m \dots (1+i) = (1+i_m)^n$$

$$(1+0,05) = (1+i_4)^4$$

$$1,05 = (1+i_4)^4 \ /\sqrt[4]{} \ /-1$$

$$\sqrt[4]{1,05} - 1 = i_4 = 0,01227$$

$$\frac{1000}{(1+0,01227)^{4*4}} * \frac{(1+0,01227)^{4*4}-1}{0,01227} = 14447,28$$

Gut gemacht!

Viel Spaß beim Mathe lernen!