Beispiele zur Exponentialfunktion

Edita Barisic 5AK
VBS AUGARTEN

Ein bestimmter Bakterienstamm auf einer Nährlösung nimmt stündlich um 11% zu. Nach einem Tag gab es bereits 6120 Bakterien.

a) Wie viele Bakterien konnte man zu Beginn der Untersuchung feststellen?

b) Nach wie vielen Stunden war die Bakterienzahl bereits auf 2155 angewachsen?

$N(t) = N_0 \cdot x^t$

$6120 = N_0 \cdot 1{,}11^{24}$

a) $N_0 = \underline{500 \text{ Bakterien}}$

A: Zu Beginn konnte man 500 Bakterien feststellen.

b) $2155 = 500 \cdot 1{,}11^t \quad | : 500$

$4{,}31 = 1{,}11^t \quad | \ln$

$\ln 4{,}31 = t \ln 1{,}11 \quad | : \ln 1{,}11$

$t = \underline{14 \text{ Stunden}}$

$$\left(t = \frac{\ln 4{,}31}{\ln 1{,}11} = 14 \text{ Stunden} \right)$$

A: Nach 14 Stunden gab es bereits 2155 Bakterien.

Ein Gewässer wurde mit einem Umweltgift verseucht, das durch chemische Zersetzung annähernd exponentiell abgebaut wird. In einem Liter Wasser sind zwei Jahre nach der Vergiftung noch 2 mg des Giftes, drei Jahre später noch 1 mg vorhanden. Es sei N(t) die Giftmenge (in mg pro Liter Wasser) nach t Jahren.

a) **Stelle die Formel für N(t) auf.**
b) **Welche Giftmenge ist nach 20 Jahren noch vorhanden?**

$N(t) = N_0 \cdot x^t$

I) $2 = N_0 \cdot x^2$

II) $1 = N_0 \cdot x^5$

$\frac{II}{I}$) $0{,}5 = \frac{\cancel{N_0} \cdot x^{\cancel{5}\,3}}{\cancel{N_0} \cdot \cancel{x^2}} \quad \Big| \sqrt[3]{}$

$x = \sqrt[3]{0{,}5} = 0{,}7937$ (A) $\Rightarrow \hat{=}$ Zerfall von 20,63% pro Jahr

$2 = N_0 \cdot (A)^2 \quad | : (A)^2$

$N_0 \approx 3{,}17$ mg

a) $N(t) = 3{,}17 \cdot 0{,}7937^t$

b) $N(20) = 3{,}17 \cdot 0{,}7937^{20} = 0{,}03$ mg

Die Gewerkschaft eines Landes fordert, dass die Löhne pro Jahr um 5 % steigen müssen. Jemand verdient heute 4 000 € monatlich.

a) Wie viel würde er in 2 bzw. 5 Jahren verdienen, wenn die Forderung der Gewerkschaft erfüllt wird?

b) Wann ungefähr würde er doppelt so viel verdienen wie heute?

$N(t) = No \cdot x^t$

$No = 4000$ €

Lohnerhöhung um 5% pro Jahr

$\Rightarrow$ Wachstumsfaktor 1,05

$N(t) = 4000 \cdot 1{,}05^t$

a) $N(2) = 4410$ €

$N(5) = 5105{,}13$ €

b) $8000 = 4000 \cdot 1{,}05^t \mid :4000$

$2 = 1{,}05^t \mid \ln$

$\ln 2 = t \ln 1{,}05 \mid : \ln 1{,}05$

$t = \dfrac{\ln 2}{\ln 1{,}05} \approx 14$ Jahre

Erfahrungsgemäß wächst der Holzbestand eines Waldes um 3,8 % pro Jahr.

a) Nach wie vielen Jahren wird er sich verdoppelt, nach wie vielen Jahren verdreifacht haben?

b) Heute beträgt der Holzbestand 7200 m³. Man hat vor, in 3 Jahren 2000 m³ Holz zu schlägern. Wann wird der Wald den heutigen Holzbestand wieder erreichen?

$N(t) = N_0 \cdot x^t$

a) $2 N_0 = N_0 \cdot 1{,}038^t \quad | : N_0$

$2 = 1{,}038^t \quad | \ln$

$\ln 2 = t \ln 1{,}038$

$t = \dfrac{\ln 2}{\ln 1{,}038} \approx 19$ Jahre

Verdreifachen: $t = \dfrac{\ln 3}{\ln 1{,}038} \approx 29$ Jahre

b) $N(t) = 7200 \cdot 1{,}038^t$

$N(3) = 7200 \cdot 1{,}038^3 \approx 8052{,}39\ m^3$

-2000

$6052{,}39\ m^3$

$7200 = 6052{,}39 * 1{,}038^t \quad | : 6052{,}39$

$\dfrac{7200}{6052{,}39} = 1{,}038^t \quad | \ln$

$t \approx 4{,}65$

A: In ca. 4 Jahren wird der Wald den Holzbe[stand]
erneut erreichen.