MATHE - ONLINE K1

a) $p(x) = -x + 200$

Korrelationskoeffizient = $-0{,}98$

→ Es herrscht eine hohe negative Korrelation, d.h. je mehr man absetzt, desto billiger kann man verkaufen.

b) $G(x) = E(x) - K(x)$

$E(x) = p \cdot x = (-x + 200) \cdot x = -x^2 + 200x$

$K(x) = 0{,}05x^3 - 0{,}2x^2 - 2{,}8x + 1000$

$G(x) = -x^2 + 200x - (0{,}05x^3 - 0{,}2x^2 - 2{,}8x + 1000) =$

$= -x^2 + 200x - 0{,}05x^3 + 0{,}2x^2 + 2{,}8x - 1000 =$

$= -0{,}05x^3 - 0{,}8x^2 + 202{,}8x - 1000$

$G'(x) = -0{,}15x^2 - 1{,}6x + 202{,}8$

$G''(x) = -0{,}3x - 1{,}6$

MAXIMALER GEWINN: $G'(x) = 0$ UND $G''(x) < 0$

$0 = \underbrace{-0{,}15}_{a}x^2 \underbrace{-1{,}6}_{b}x \underbrace{+202{,}8}_{c}$

↳ Quadratische Gleichung: $_1x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$

$_1x_2 = \frac{-(-1{,}6) \pm \sqrt{(-1{,}6)^2 - 4 \cdot (-0{,}15) \cdot 202{,}8}}{2 \cdot (-0{,}15)}$

$_1x_2 = \frac{1{,}6 \pm 11{,}14}{(-0{,}3)}$

NICHT MÖGLICH.

$x_1 = \frac{1{,}6 + 11{,}14}{(-0{,}3)} = -42{,}49$

$x_2 = \frac{1{,}6 - 11{,}14}{(-0{,}3)} = 31{,}82$

$G''(31{,}82) = -0{,}3 \cdot 31{,}82 - 1{,}6 = -11{,}15 < 0$ → MAX!

$G(31{,}82) = -0{,}05 \cdot 31{,}82^3 - 0{,}8 \cdot 31{,}82^2 + 202{,}8 \cdot 31{,}82 - 1000 = 3032{,}18$

→ Der maximale Gewinn liegt bei 31,82 ME und 3032,18 GE (weil $G'(x) = 0$ UND $G''(x) < 0$)

COURNOT'SCHER PUNKT:

$$p(31{,}82) = -31{,}82 + 200 = 168{,}18$$

$\rightarrow$ Cournot'scher Punkt $(31{,}82 \mid 168{,}18)$

c) $G(x) = -0{,}05x^3 - 0{,}8x^2 + 202{,}8x - 1000$

GEWINNSCHWELLE: $G(x) = 0$

$$0 = -0{,}05x^3 - 0{,}8x^2 + 202{,}8x - 1000$$

$\hookrightarrow$ Newton'sches Näherungsverfahren:

$$f(x) = -0{,}05x^3 - 0{,}8x^2 + 202{,}8x - 1000$$

$$f'(x) = -0{,}15x^2 - 1{,}6x + 202{,}8$$

$$x_0 = 5{,}06$$

$$x_0 = 53{,}19$$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x)}{f'(x)}$$

$$x_1 = 5{,}06 - \frac{-0{,}05 \cdot 5{,}06^3 - 0{,}8 \cdot 5{,}06^2 + 202{,}8 \cdot 5{,}06 - 1000}{-0{,}15 \cdot 5{,}06^2 - 1{,}6 \cdot 5{,}06 + 202{,}8} = 5{,}06$$

$$x_1 = 53{,}19 - \frac{-0{,}05 \cdot 53{,}19^3 - 0{,}8 \cdot 53{,}19^2 + 202{,}8 \cdot 53{,}19 - 1000}{-0{,}15 \cdot 53{,}19^2 - 1{,}6 \cdot 53{,}19 + 202{,}8} = 53{,}19$$

$\rightarrow$ Gewinnschwelle: $5{,}06 < x > 53{,}19$

d) PROHIBITIVPREIS: $x = 0$

$$p(0) = -0 + 200 = 200$$

$\rightarrow$ Prohibitivpreis $= 200$

SÄTTIGUNGSMENGE: $p = 0$

$$0 = -x + 200 \qquad | -200$$

$$-200 = -x \qquad | \cdot (-1)$$

$$200 = x$$

$\rightarrow$ Sättigungsmenge $= 200$

e) $E(x) = -x^2 + 200x$

$E'(x) = -2x + 200$

$E''(x) = -2 \quad < 0 \quad \rightarrow$ MAX!

MAXIMALER ERLÖS: $E'(x) = 0$ UND $E''(x) < 0$

$$0 = -2x + 200 \qquad |-200$$

$$-200 = -2x \qquad |:(-2)$$

$$100 = x$$

$E''(100) = -2 \quad < 0 \quad \rightarrow$ MAX!

$E(100) = -(100^2) + 200x = 10.000$

→ Der maximale Erlös liegt bei 100 ME und 10.000 GE (weil $E'(x) = 0$ und $E''(x) < 0$).

f) Sättigungsmenge steigt um 50 %.:

$$(200 : 100) \cdot 150 = 300$$

↳ neue Sättigungsmenge

↳ $p(x) = 0$

$p(x) = k \cdot x + 200$

$$0 = k \cdot 300 + 200 \qquad |-200$$

$$-200 = k \cdot 300 \qquad |:300$$

$$-0{,}\dot{6} = k$$

→ „neuer" Preis: $p(x) = -0{,}\dot{6}x + 200$

→ „neuer" Erlös: $E(x) = (-0{,}\dot{6}x + 200) \cdot x =$

$= -0{,}\dot{6}x^2 + 200x$

MAXIMALER ERLÖS: $E'(x) = 0$ UND $E''(x) < 0$

$E'(x) = -1{,}\dot{3}x + 200$

$E''(x) = -1{,}\dot{3} \quad < 0 \quad \rightarrow$ MAX!

$0 = -1,\dot{3}x + 200 \quad | -200$

$-200 = -1,\dot{3}x \quad | : (-1,\dot{3})$

$150 = x$

$E''(150) = -1,\dot{3} < 0 \rightarrow$ MAX!

$E(150) = -0,\dot{6} \cdot 150^2 + 200 \cdot 150 = 15.000$

→ Der maximale Erlös liegt bei 150 ME und 15.000 GE (weil $E'(x) = 0$ und $E''(x) < 0$). Der maximale Erlös steigt um 50 %, genau wie die Sättigungsmenge.