

EXPONENTIAL- U. LOGARITHMUSFUNKTIONEN

Los geht's
Klick auf mich!



INHALT

- Exponentialfunktion
- Euler'sche Zahl
- Formel für Wachstum/Zerfallsfunktionen
- Logarithmen
- Logarithmusfunktionen
- Exponentialgleichung



EXPONENTIALFUNKTION

Sind Graphen von Gleichungen nach folgendem Schema:

$$y = a^x$$

Exponent
Basis

Wichtig ist dabei für a ist:

$$a > 0$$

$$a \neq 1$$

Und für y gilt dann:

$$y = \text{positiver Wert}$$

Die Basis a ist dabei bestimmend ob es eine Zerfalls- oder Wachstumsfunktion ist.



EXPONENTIALFUNKTION

Die Exponentialfunktion steigt/fällt prozentuell gleich: Wachstumsfunktion = streng monoton steigend

$$y = a^x$$

$$a > 1$$

Zerfallsfunktion = streng monoton fallend

$$y = a^x$$

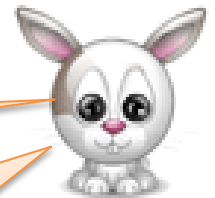
$$0 < a < 1$$

$$y = \text{nie} \leq 0$$

x-Achse ist eine sogenannte Asymptote

Man kann die Exponentialfunktionen aber auch mit der Basis e darstellen.

Bsp.
Wachstumsfunktion

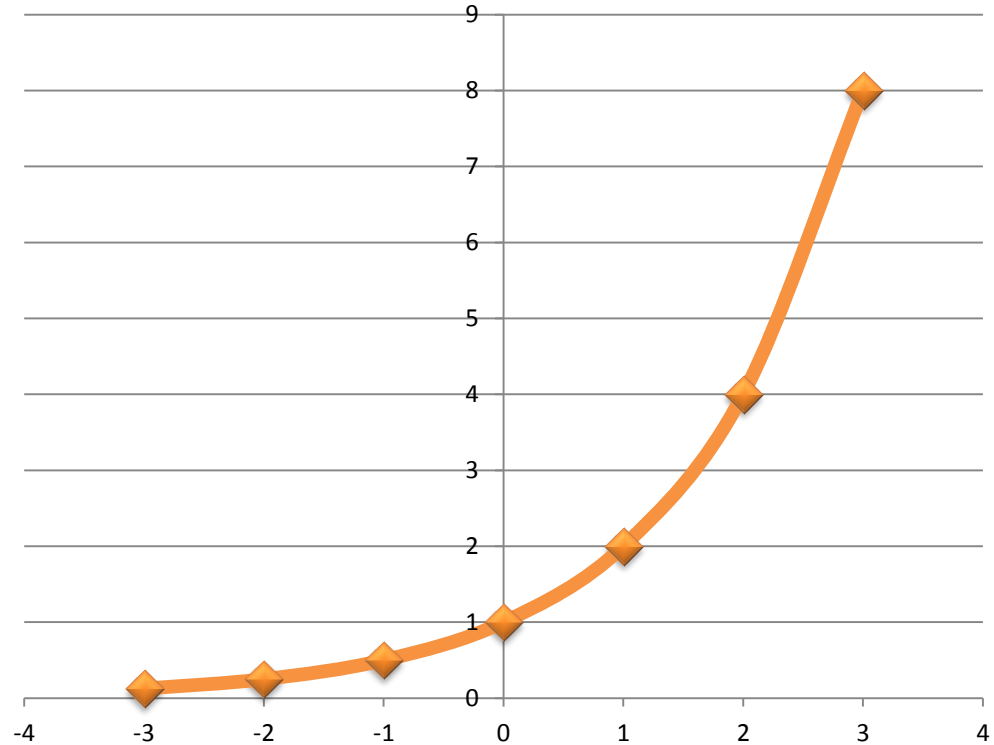


BEISPIEL

WACHSTUMSFUNKTION

$$y = 2^x$$

x	y
-3	0,125
-2	0,25
-1	0,5
0	1
1	2
2	4
3	8



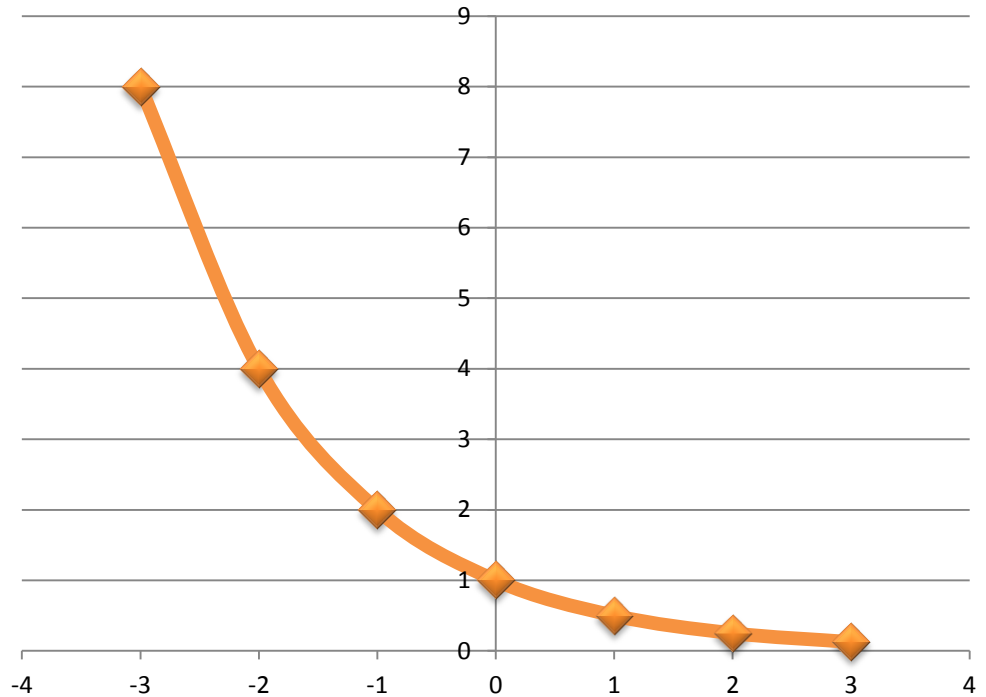
Bsp.
Zerfallsfunktion



BEISPIEL ZERFALLSFUNKTION

$$y = 0,5^x$$

x	y
-3	8
-2	4
-1	2
0	1
1	0,5
2	0,25
3	0,125



Wichtig hier ist, dass bei der Zerfallsfunktion $0 < a < 1$ gilt.



EULER'SCHE ZAHL

Ist der Wert

$$e = 2,718\ 281\ 828\ 459\ 045$$

Die Euler'sche Zahl
verwendet man häufig
für
Exponentialfunktionen.



FORMEL FÜR WACHSTUM/ZERFALLSFUNKTION

$$N(t) = N_0 * a^t$$

$$N(t) = N_0 * e^{\lambda t}$$

$$a = e^{\lambda}$$

Man kann den Faktor a durch e^{λ} ersetzen.

λ = Lambda

Wenn λ positiv ist, handelt es sich um eine Wachstumsfunktion.
Ist λ negativ ist, handelt es sich um eine Zerfallsfunktion.



LOGARITHMEN

Logarithmen braucht man zum Berechnen der Hochzahl für z.B. Umkehrfunktionen und zum Lösen für Exponentialgleichungen

$$x = \log_a b$$

Exponent | Logarithmus der Basis | Numerus

Meist wird mit dem natürlichen Logarithmus

$$\text{Basis} = e \text{ (ln)}$$

oder mit dem Zehnerlogarithmus gerechnet

$$\text{Basis} = 10 \text{ (log)}$$

Beides kann mit Tasten in den Taschenrechner eingegeben werden. Nun ein paar wichtige Rechenregeln.



RECHENREGELN

$$\log (u * v) = \log u + \log v$$

$$\log (u / v) = \log u - \log v$$

$$\log u^n = n * \log u$$

Diese Regeln sind
wichtig für das
Lösen von
Gleichungen und
Umkehrfunktionen
Bsp.?



BEISPIEL

$$\log (u \cdot v) = \log u + \log v$$

$$\log (10 \cdot 100) = \log (1000) = 3$$

$$\begin{aligned} \log (10 \cdot 100) &= \log 10 + \log 100 = \\ &= 1 + 2 = 3 \end{aligned}$$

Man sieht hier schön, dass, wenn man u mal v gleich rechnet, das selbe Ergebnis herauskommt, wie wenn man mit der Formel rechnet.



BEISPIEL

$$\log (u/v) = \log u - \log v$$

$$\log (100/10) = \log (10) = 1$$

$$\begin{aligned} \log (100/10) &= \log 100 - \log 10 = \\ &= 2 - 1 = 1 \end{aligned}$$

Auch hier sieht man das sehr gut.



BEISPIEL

$$\log u^n = n * \log u$$

$$\log 10^3 = \log 1000 = 3$$

$$\log 10^3 = 3 * \log 10 = 3 * 1 = 3$$

Nun gibt es auch
noch die
Logarithmus-
funktionen



LOGARITHMUSFUNKTIONEN

Die Logarithmusfunktion ist die Umkehrfunktion der Exponentialfunktion; sie entsteht durch Spiegelung am 1. Median.

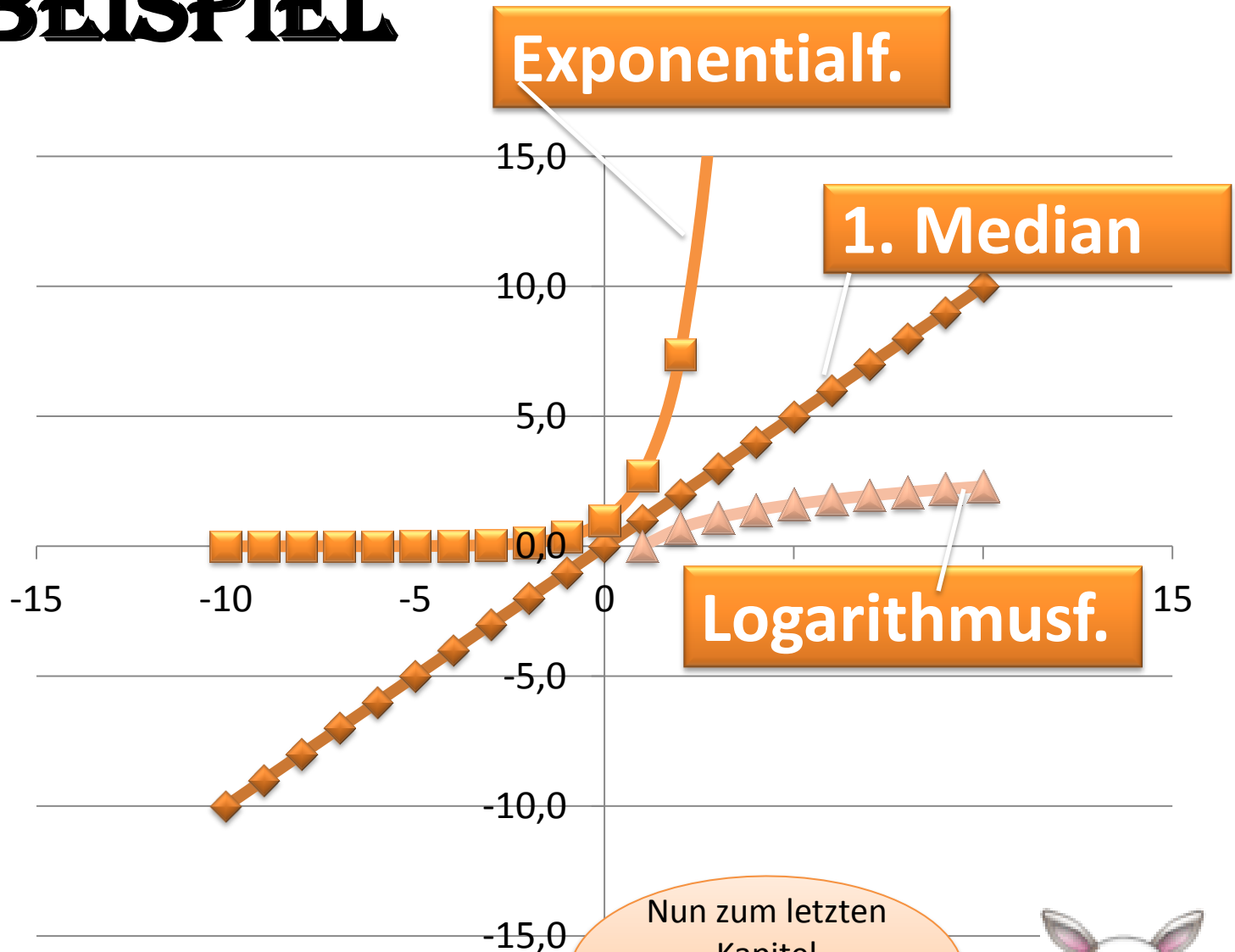
Bsp.
Zeichnung



Funktionen

Exponentialfunktion u. Logarithmusfunktionen

BEISPIEL



Exponentialf.

1. Median

Logarithmusf.

Nun zum letzten Kapitel
Exponential-
gleichungen



EXPONENTIALGLEICHUNGEN

Der zu berechnende Wert x ist eine Hochzahl

$$a^x = \text{Ergebnis}$$

Um x auszurechnen kann man in einigen Fällen das Ergebnis ohne Hilfe sehen, doch meist braucht man den Logarithmus, um sie zu lösen.

Hier noch ein
kleines Bsp. zur
Veranschaulichung



BEISPIEL

$$2^{2+x} = 16$$

$$2^? = 16$$

$$2^4 = 16$$

$$2^{2+2} = 16$$

$$x = 2$$

$$2^x = 5$$

$$\log 2^x = \log 5$$

$$x \cdot \log 2 = \log 5$$

$$x = \log 5 / \log 2$$

$$x = 1,924...$$

Beim oberen Beispiel kann man leicht auf das Ergebnis kommen, indem man eine einfache Kopfrechnung durchführt. Um die andere Gleichung zu lösen, muss man beide Seiten logarithmieren und dann x auf eine Seite bringen. Wichtig ist, dass man dabei die Regeln für das Rechnen mit Logarithmen nicht vergisst.



Funktionen

Exponentialfunktion u. Logarithmusfunktionen

DANKE

