Funktionen

Potenzfunktion

Potenzfunktion & Wurzelfunktion

Melanie Gräbner

Inhaltsverzeichnis

- Potenzen
- Rechenregeln für Potenzen
- Wurzeln
- Rechenregeln für Wurzeln
- Potenzfunktion
- Wurzelfunktion
- Wurzelgleichungen

Potenzen

Sind Grundzahlen mit einer Hochzahl, auch Exponent genannt.

a^n

Hochzahl

Grundzahl

= Potenz

Der Exponent n gibt an, wie oft man a mit sich selbst multipliziert. Wenn n = 3 ist, würde es so aussehen.

$a * a * a = a^3$

Funktionen

Potenzfunktion

Regel für Rechnen mit Potenzen

Es gibt 5 wichtige Regeln:

$a^m * a^n = a^{m+n}$

$(a^m)^n = a^{m*n}$

$a^m/a^n = a^{m-n}$

$(a/b)^n = a^n/a^n$

$(a*b)^n = a^n*a^n$

Diese Regeln sind natürlich auch für das Rechnen mit den Variablen x und y oder anderen gedacht.

Ein Bsp.
Klick auf mich.

Beispiel

$a^m * a^n = a^{m+n}$

$x^2 * x^3 = x^5$

$2^2 * 2^3 = 2^5 = 32$

$2^2 * 2^3 = 4 * 8 = 32$

Man sieht hier schön, dass, wenn man die Hochzahlen addiert, dasselbe Ergebnis herauskommt, als würde man alles extra ausrechnen.

Beispiel

$(a^m)^n = a^{m*n}$

$(a^2)^3 = a^{2*3} = a^6$

$(2^2)^3 = 2^{2*3} = 2^6 = 32$

$(2^2)^3 = 4^3 = 32$

Auch hier sieht man gleich, dass man mit der Formel zum gleichen Ergebnis kommt.

Funktionen

Potenzfunktion

Beispiel

$$a^m / a^n = a^{m-n}$$

$$x^3 / x^2 = x^{3-2} = x$$

$$2^3 / 2^2 = 2^{3-2} = 2^1 = 2$$

$$2^3 / 2^2 = 8 / 4 = 2$$

Auch hier kann man schön die Anwendung für die Formeln sehen.

BEISPIEL

$(a/b)^n = a^n/a^n$

$(x/y)^2 = x^2/y^2$

$(3/2)^2 = 3^2/2^2 = 8/4 = 2$

Fast geschafft!

Funktionen

Potenzfunktion

Beispiel

$(a*b)^{n} = a^{n}*a^{n}$

$(x*y)^2 = x^2 * y^2$

$(2*2)^2 = 2^2 * 2^2 = 4 * 4 = 16$

Es ist wichtig die Formeln richtig anzuwenden zu können.

Wurzeln

Mit der Wurzel kann man die Grundzahl einer Potenz ausrechnen.

$\sqrt[n]{a}$

Wurzelexponent

Radikand

ergibt den Wurzelwert

Aber auch hier gibt es Regeln.

Regeln für Rechnen mit Wurzeln

$\sqrt[n]{a}$ Wurzeln kann man auch als Potenz schreiben: $a^{1/n}$

$$\sqrt[n]{a} * \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a * b}$$

$$\sqrt[n]{a} / \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a/b}$$

Ein Bsp.
Klick auf mich.

Beispiel

$$\sqrt[n]{a} * \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a * b}$$

$$\sqrt[2]{x} * \sqrt[2]{y} = \sqrt[2]{x * y}$$

$$\sqrt[2]{4} * \sqrt[2]{16} = \sqrt[2]{4 * 16} = \sqrt[2]{64} = 8$$

$$\sqrt[2]{4} * \sqrt[2]{16} = 2 * 4 = 8$$

Auch hier kann man gut sehen, dass die Regeln zutreffend sind.

Funktionen

Potenzfunktion

BEISPIEL

$$\sqrt[n]{a}\,/\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a/b}$$

$$\sqrt[2]{x}/\sqrt[2]{y} = \sqrt[2]{x/y}$$

$$\sqrt[2]{16}/\sqrt[2]{4} = \sqrt[2]{16/4} = \sqrt[2]{4} = 2$$

$$\sqrt[2]{16}/\sqrt[2]{4} = 4/2 = 2$$

Nun kommen wir zu den Potenzfunktionen

Potenzfunktion

Potenzfunktionen sind Graphen der Gleichungen nach dem folgenden Schema:

$$y = x^n$$

Darunter fallen auch die quadratischen Funktionen mit:

$$y = x^2$$

Beispiel-
zeichnungen
Klick auf mich.

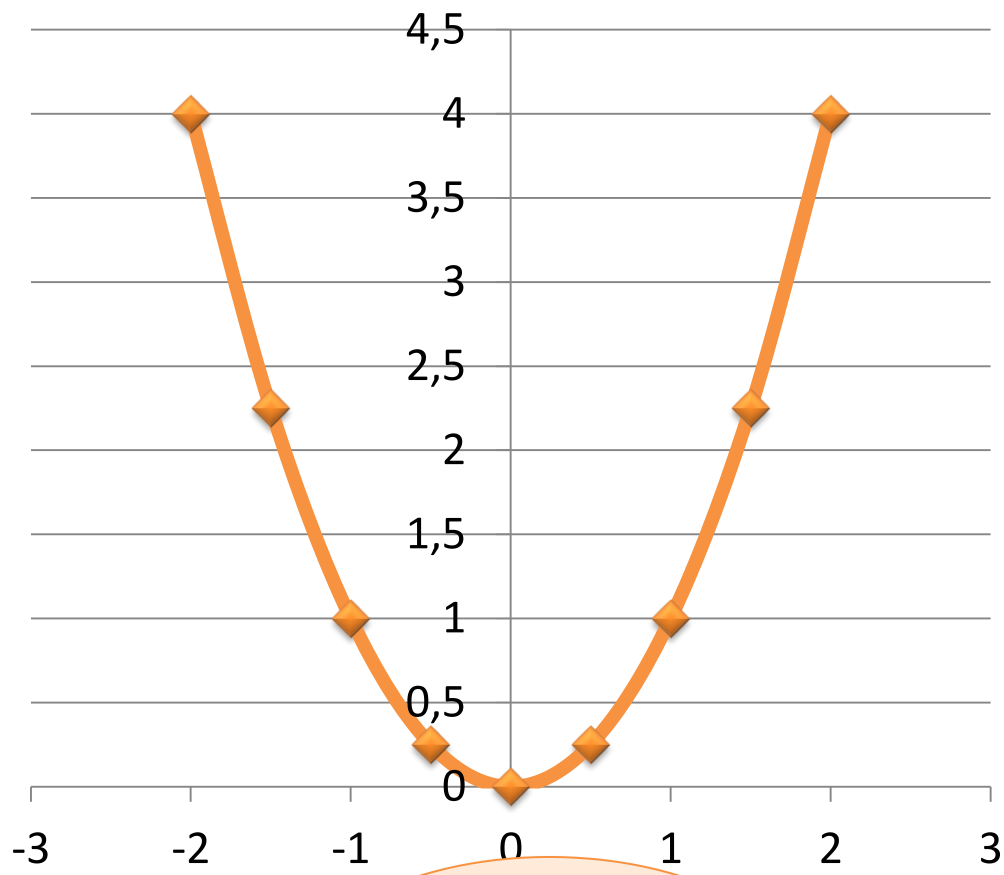
Funktionen

Potenzfunktion

BEISPIEL

$y = x^2$

x	y
-2	4
-1,5	2,25
-1	1
-0,5	0,25
0	0
0,5	0,25
1	1
1,5	2,25
2	4



Das hier ist z.B. eine quadratische Funktion.

Funktionen

Potenzfunktion

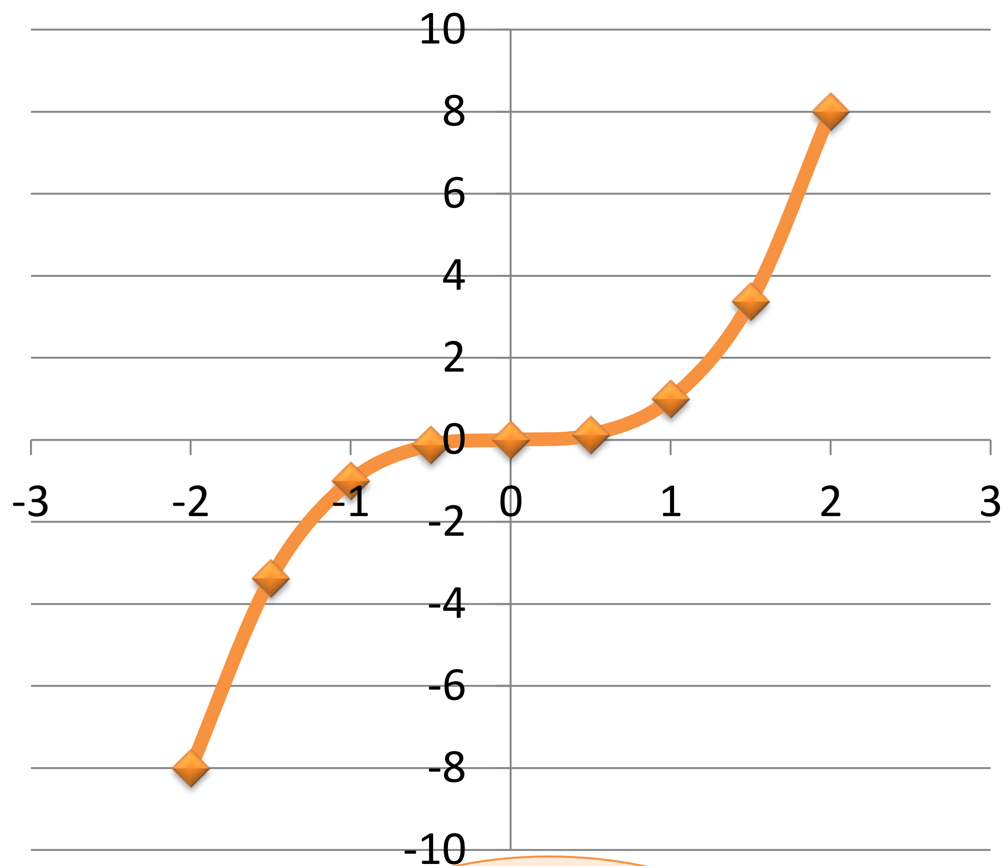
Funktionen

Potenzfunktion

BEISPIEL

$y=x^3$

x	y
-2	-8
-1,5	-3,375
-1	-1
-0,5	-0,125
0	0
0,5	0,125
1	1
1,5	3,375
2	8

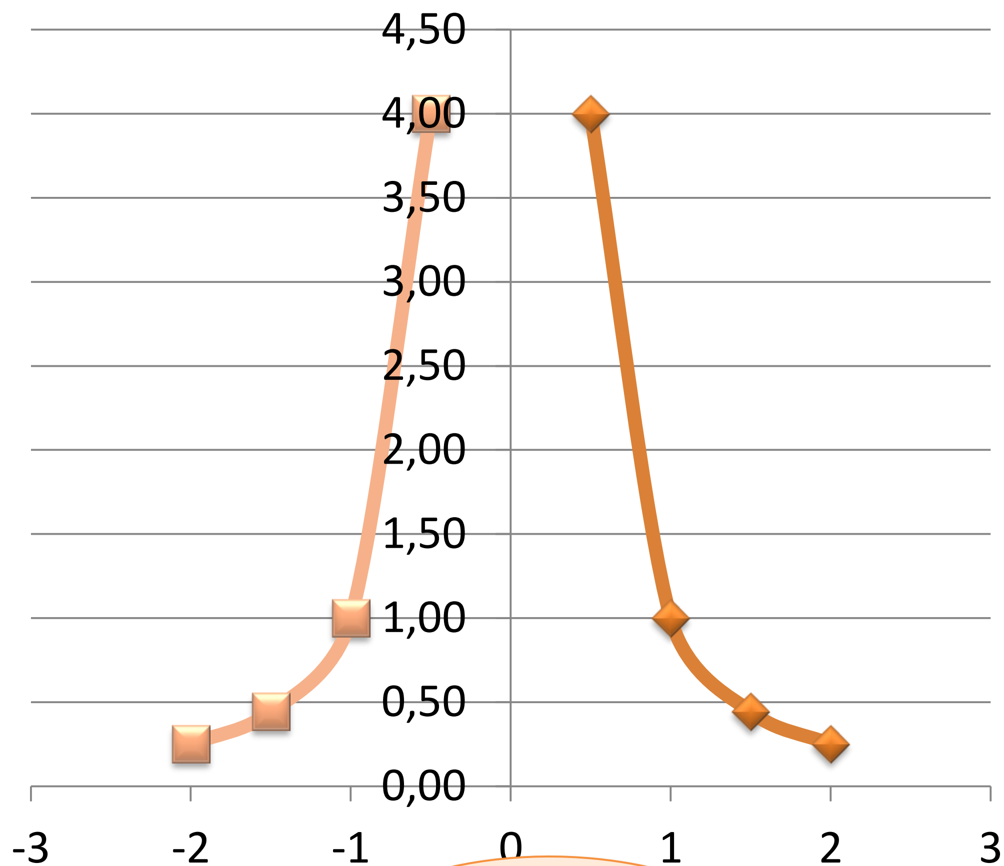


Die Nullstelle ist hier (0/0)

BEISPIEL

$y = x^{-2}$

x	y
-2	0,25
-1,5	0,44
-1	1,00
-0,5	4,00
0,5	4,00
1	1,00
1,5	0,44
2	0,25



Das hier ist z.B.
eine Hyperbel.

Funktionen

Potenzfunktion

Wurzelfunktion

Wurzelfunktionen sind Graphen der Gleichungen nach folgendem Schema:

$$y = \sqrt[2]{x}$$

Wichtig dabei ist das x größer gleich 0 sein muss.

Beispielzeichnungen Klick auf mich.

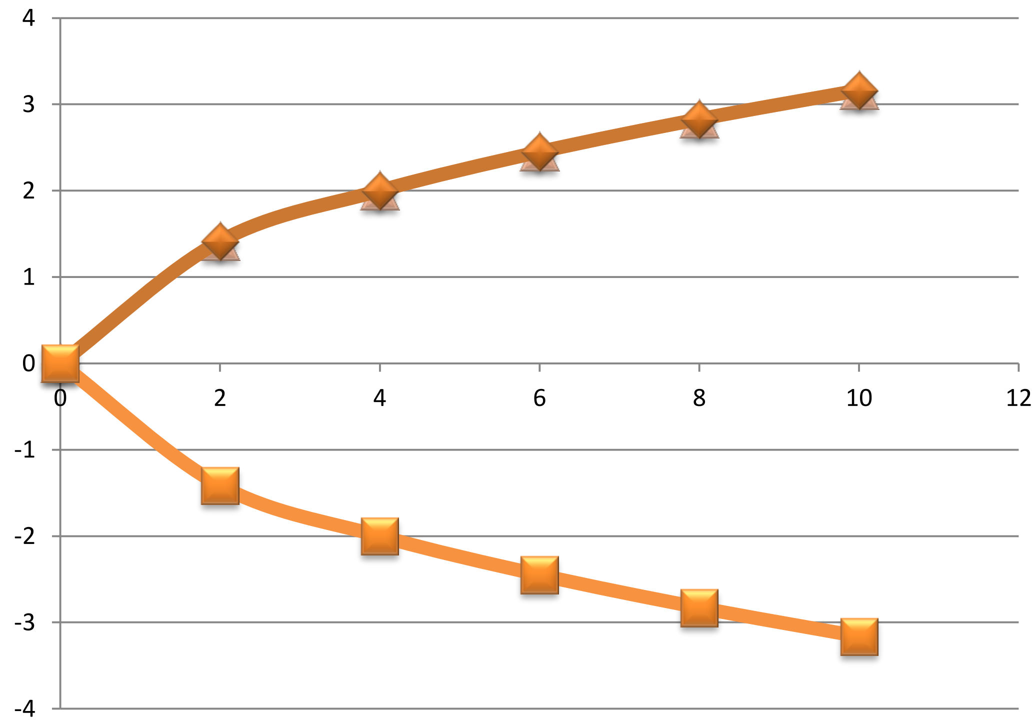
Funktionen

Potenzfunktion

Beispiel

$y = +/- \sqrt[2]{x}$

x	y	y2
0	0	0
2	1,41	-1,41
4	2	-2
6	2,44	-2,44
8	2,82	-2,82
10	3,16	-3,16



Wichtig ist: es gibt immer eine positive und eine negative Wurzelfunktion.

Funktionen

Potenzfunktion

Wurzelgleichung

Eine Wurzelgleichung sieht folgendermaßen aus:

$$\sqrt[2]{x} = a$$

Wie man sie löst, ist am bestem mit einem Beispiel zu erklären.

Bsp.
Klick mich
an.

Beispiel

$0 = \sqrt[2]{x} - 2$ für $x>0$

$\sqrt[2]{x} = 2$

$x = 4$

Probe:

$\sqrt[2]{4} - 2 = 2 - 2 = 0$

Um die Gleichung zu lösen, muss man die Wurzel isolieren indem man auf beiden Seiten der Gleichung + 2 nimmt und dann beide Seiten mit mit 2 potenziert. So erhält man x. Es ist aber immer wichtig Probe durchzuführen, da es auch sein kann, das x keine mögliche Lösung ist. Wie man im nächsten Beispiel sieht

Funktionen

Potenzfunktion

Beispiel

$$\sqrt{-x} + 4 = 0$$

$$\sqrt{-x} = -4$$

$$-x = 16$$

$$x = -16$$

Probe:

$$\sqrt{-(-16)} + 4 =$$

$$\sqrt{16} + 4 =$$

$$4 + 4 \neq 0$$

Unmöglich!

Um die Gleichung zu lösen, muss man die Wurzel isolieren indem man auf beiden Seiten der Gleichung + 4 nimmt und dann beide Seiten mit 2 potenziert. Danach multipliziert man noch mit -1. So erhält man x. Bei dieser Probe sieht man, dass die Lösung -16 nicht möglich ist. Quadrieren ist keine Äquivalenzumformung!

Funktionen

Potenzfunktion

Funktionen

Potenzfunktion