Mag. Georg Rameis
BHAK XII („ibc“)
1120 Wien, Hetzendoferstr. 66

Wien, April 1990

EINE GESCHICHTE DER MATHEMATIK

1) ..FINDET NICHT STATT

Es gibt Einzeldarstellungen der Geschichte der Mathematik - meist von Amateuren oder Mathematikprofessoren am Ende ihres wissenschaftlichen Lebens verfasst - aber keine wissenschaftliche Disziplin als solche.

Ein Beispiel für solche Einzeldarstellungen sind für Österreich z.B. die Bücher von Egmont Colerus aus der Zwischenkriegszeit **("Vom Einmaleins zum Integral", "Vom Punkt zur vierten Dimension"** u.ä.) und die **„Geschichte der Mathematik“** von Prof. Nöbauer. Aus der BRD stammen z.B. die Bücher von Fuchs, aus der DDR das Buch von Struik. Meist fehlen die für eine wissenschaftliche Bearbeitung notwendigen Quellenangaben, sodass die enthaltenen Informationen nur schwer überprüfbar sind.

Auffällig ist weiters die starke Dominanz der **Biographien** (= Lebensbeschreibungen). Dagegen wäre nichts einzuwenden, existierte daneben eine einigermaßen abgesicherte überindividuelle Mathematikgeschichte.
So zerfällt die Geschichte in eine Abfolge von Biographien. Einem Historiker würde es einfallen, z.B. eine Geschichte der 2. Republik an Hand der Memoiren ihrer Präsidenten darzustellen.

Innerhalb dieser Darstellungen" dominiert wieder das Anekdotenhafte. Solche **Anekdoten** - wie z.B. die Legende vom reihensummierenden jungen Gauß, die in dieser Form schon für frühere Mathematiker erzählt worden sein soll - werden auch von Lehrergeneration zu Lehrergeneration weitergegeben. Eine solche mündlich weitergegebene Geschichte wird üblicherweise eine Legende genannt. Gegen solche **Legenden** ist nicht grundsätzlich etwas einzuwenden - sie müssen auch nicht unwahr sein - ein guter Teil der Frühgeschichte des Christentums ist z.B. nur in Form solcher Legenden erhalten. Auch erfüllen Sie - bunt, ansprechend, anschaulich - Schüler- und Lehrerbedürfnisse. Es ist daher wenig dagegen einzuwenden - außer dass sie keine wissenschaftlich abgesicherte Geschichtsdarstellung ersetzen. Wir können daher auch nicht garantieren, dass die schönen Mathematikergeschichtchen und -anekdötchen wahr sind.

2) ..WÄRE ABER NOTWENDIG

Eine "Geschichte" erfüllt das menschliche Bedürfnis nach Ordnung, nach Sinn. Sie erklärt, wie - und warum - etwas so geworden ist, wie es ist. Sie erklärt aber auch, dass es nicht unbedingt so hätte kommen müssen, dass die **Geschichte** auch andere Wege einschlagen hätte können - kurz, dass die Dinge nicht so sein müssen, wie sie sind. Sie gibt damit Kraft, Beweismittel und Ideen für Änderungen.

Warum es keine eigentliche "Geschichte der Mathematik" gibt, ist nicht ganz leicht zu erklären. Es gibt aber gewisse Vermutungen darin, dass es auch keine Geschichte anderer Naturwissenschaften gibt, ebenso, wie es auch kaum eine Wirtschaftsgeschichte und lange Zeit kaum eine Geschichte der Arbeiterbewegung gegeben hat (wie aber ebenso auch keine Geschichte der Industrie und der Industriellen). Es besteht offensichtlich eine gewisse Abneigung dagegen, sich mit dem technisch-wirtschaftlich-gesellschaftlichem Unterbau unserer Gesellschaft zu befassen. Demgegenüber gibt es im geisteswissenschaftlichen Bereich erschöpfende Monographien für nahezu jede beliebige Trivialität.

"Der "Nutzen" einer Geschichte der Mathematik für unseren Bereich des Unterrichts scheint mir vor allem in einer **Beantwortung der Sinnfrage** zu liegen ("Warum wird das so gemacht? Wieso ist man darauf gekommen ?"). Ohne Geschichte im Hintergrund stellt sich für den Schüler die Mathematik als Sammelsurium von Fakten und Methoden ohne Zusammenhang dar. Ein weiterer Aspekt, der sozusagen naturwüchsig' - von "unten" - durch die Legenden und Anekdoten befriedigt wird, ist die **"Vermenschlichung" der Mathematik**.

Die Darstellung des Referenten befasst sich vor allem mit der schlecht dokumentierten Frühgeschichte der Mathematik (bis ins 18. Jh.), die sich inhaltlich sich auch mit dem Stoff der im Unterricht problematischen ersten Mathematikjahre deckt. Sie ist im wörtlichen Sinn: ein Essai ("Versuch"), der fehlerhaft sein kann und muss.
Um Korrekturen und Beiträge wird daher gebeten.

3) EINE KURZE GESCHICHTE DER ZAHLEN

Ein gleichnamiges Werk ist von **Iffrah** in Frankreich erschienen - ein aufwendiges 500-Seitenwerk, aber einzigartig in seiner Thematik. Ich möchte die Sache etwas simpler angehen:

Der Sprachgebrauch enthält - quasi als Fossil - eine Reihe von Redewendungen, die dem Anwender oft nicht mehr bewusst oder verständlich sind, aber sehr vieles über **frühere Verhältnisse** aussagen. Es gibt z.B. die Redewendung: "Der kann nicht bis drei zählen". Nun gibt es tatsächlich Völker, deren Zahlensystem sich beschränkt auf die Begriffe "Eins, zwei, viel". Das schließt nicht aus, dass die betreffenden oft ein sehr differenziertes Zahlengefühl haben und die Abwesenheit eines Stammesmitgliedes oder eines Tieres oder eines Gegenstandes auch aus einer größeren Gruppe heraus sehr genau wahrnehmen können - nur haben sie halt **keinen abstrakten Zahlenbegriff**. Untersuchungen an Säuglingen („Baby Watching") ergibt, dass diese Unterscheidung den Menschen angeboren sein könnte.

Dieser abstrakte Zahlenbegriff hat sich offensichtlich erst sehr spät entwickelt. Viele sogenannt "primitive" klassifizierende Sprachen, aber auch das scheinbar so fortschrittliche Japanisch unterscheiden mit verschiedenen Zahlwörtern sehr genau, ob von zwei Menschen, zwei Bäumen, zwei langen dünnen oder zwei kurzen dicken Gegenständen die Rede ist. Für jemanden, der noch **Latein** kann: der Begriff "eins" wird im Lateinischen unter anderem durch die Wortstämme "unus" (eins),"primus"(erster), "semel"(einmal) und "singuli"(je eins} ausgedrückt.

Es scheint, dass sich dieser abstrakte Zahlenbegriff - der uns so selbstverständlich scheint - eine Entwicklung der **Buchhalter- und Schreiberklasse** der frühen Hochkulturen zu sein scheint, von Leuten also, die Tag für Tag, Jahr für Jahr immer die gleichen Tribut-, Steuer- und Geschenklisten zu führen hatten, sodass ihnen Sklaven und Sklavinnen, Vieh und Korn, Wein und Öl zu ein- und demselben wurden: Symbole („Zahlen") in ihren Listen.

Die Bedürfnisse dieser Klasse hatte offensichtlich auch Auswirkungen auf das verwendete **Zahlensystem** - wie anders wäre es zu erklären, dass z.B. die Babylonier gleich ein **Sexagesimalsystem** (auf der Basis 60) verwendeten? Wenn man allerdings dann überlegt, dass sich 60 sehr gut durch 2,3,4,5;6,10 usw. teilen lässt und dies Verteilungsprobleme sehr erleichterte, sieht man diese Wahl mit anderen Augen. Plato sah z.B. für seinen idealen Staat eine Bürgerzahl von - glaube ich - 5040 vor, weil diese Zahl sich durch eine sehr große Menge anderer Zahlen teilen lässt; und 5000 galt als Maximalzahl für eine überschaubare griechische „Polis" (Stadtstaat).

Die Maya und die Kelten als Vorfahren der heutigen Franzosen hatten ein **System auf der Basis 20**, was man heute noch an dem Wort quatre-vingt (4x20) für achtzig erkennt – offensichtlich gingen beide Völker häufig barfuss (2x10 Finger und 2x10 Zehen = 20 Endextremitäten). Durchgesetzt hat sich auf Dauer das **System auf der Basis** unserer **10** Finger.

Wie der Umgang mit Kleinkindern zeigt, war auch die Eroberung des Zahlenraums Ergebnis einer langen Entwicklung. Für die alten Griechen war das Wort für "10.000" und "unendlich", nämlich (phonetisch) "mürioj" (original μυριοι), bis auf den Akzent identisch, und **alles über diese Zahl hinaus galt als maßlos und unheimlich**. Auch heute noch gibt es Leute, die behaupten, dass die meisten Menschen für Zahlen über' 5000 keinen Begriff haben. Die oft weitgehende Unfähigkeit nicht nur unserer SchülerInnen zu sinnvollen Abschätzungen scheint in diese Richtung zu weisen. Am ehesten hat noch die Kalenderberechnung zur Beschäftigung mit großen Zahlen gezwungen, da der - wie man an seiner Verwendung in der Religion (Islam, Judentum, Christentum, Buddhismus) sehen kann - ältere Mondkalender von 354 Tagen nur sehr bedingt mit dem von der Landwirtschaft erzwungenen Sonnenkalender von 365.25 Tagen zusammenpasst.

Eine weitere oft übersehene Quelle der Beschäftigung mit Zahlen stellen **Religion, Ritual und Magie** dar. Es ist z.B. kein Zufall, wenn Gottheiten 3 Persönlichkeiten haben, es 7 Sakramente, Todsünden, Wochentage usw., 12 Stämme Israels, 12 Apostel usw. gibt. Auf weltlicherer Ebene spielen Zahlenverhältnisse eine starke Rolle in der Ästhetik, vor allem in der Musik aber auch in der Lehre von den Proportionen in der „klassischen" Kunst..; Folgerichtig war - nach dem antiken Vorbild - in der mittelalterlichen Universität **Mathematik** nicht nur **mit** der **Astronomie**, sondern **auch mit** der **Musik** gekoppelt.

4) MIT DEN „ALTEN GRIECHEN“ FING ALLES AN..

Nach traditionellem Schulverständnis beginnt die Wissenschaft bei den - oft überschätzten – „**alten Griechen“ der Antike**. Den Begriff der „Überschätzung“ möchte ich kurz argumentieren: Wenn man die Wissenschafts-geographie der Antike betrachtet, so dominieren dort die Kolonialgebiete der Griechen: Ionien, Großgriechenland und das hellenistische Ägypten, während das eigentliche griechische Mutterland naturwissenschaftlich steril blieb. Die griechische Mathematik basierte also auf der - selektiven - **Übernahme des Wissens der altorientalischen Hochkulturen.**

Jedoch die Art, wie dieses übernommen wurde, macht die eigentliche Leistung und den Ruhm der Griechen aus. Konfrontiert mit einem Sammelsurium von Wahrheiten, Halbwahrheiten und auch offenkundigen Unsinns, beschlossen die frühen Griechen, als Kriterium für die Wahrheit des Gehörten **den mathematischen Beweis** zu verwenden - und sonst nichts. Für uns heutigen Lehrer mag es seltsam erscheinen, dass man damals der Ansicht war, ein **Beweis** müsste für jeden verständigen Menschen **sofort überzeugend** wirken.

Ein wesentlicher Nachteil der griechischen Mathematik war ihr **miserables Zahlensystem**: Für die Einer wurden die ersten 9 Buchstaben des Alphabets verwendet, für die Zehner die nächsten 9 und die restlichen Buchstaben für die Hunderter. Für alle praktischen Arbeiten bediente man sich - so wie wir heute des Taschenrechners - des **Abakus**, der Kugelrechenmaschine. Diese ist kein schlechtes Werkzeug und bis heute sowohl in Japan wie in der Sowjetunion mit gutem Erfolg in Gebrauch (Bei Rechenwettbewerben haben oft Abakusspezialisten!, gegen mechanische oder elektronische Rechner gewonnen). Allerdings hat diese leichte Durchführbarkeit von Rechnungen dazu geführt, dass die Griechen sich **nie eine Reform ihres Zahlensystems überlegen** mussten - und meine Haupteinwand gegen Computer geht in eben diese Richtung; vielleicht übersehen wir dadurch irgendeine wesentliche Entdeckung.

Ein weiteres Problem stellte sich für die Griechen mit der **Entdeckung der irrationalen Zahlen** durch das "delische Problem". (Zur Information: Angeblich trug der Gott Apollo über das delphische Orakel den Bewohnern von Delos auf, zur Abwehr einer Seuche seinen würfelförmigen - Altar in Delos zu verdoppeln. Nun führt dies auf eine Wurzelberechnung hin, die mit den damaligen Mitteln nicht zu lösen war - der schlaue Gott war damit von der medizinischen Hilfe dispensiert).

Nach dem ersten Schock reagierten die Griechen für den Rest ihrer Geschichte darauf mit einer **Geometrisierung ihrer Arithmetik** (weil die zeichnerische Lösung ja möglich war) und legten der Wissenschaft damit für Jahrhunderte eine starre Zwangsjacke an. Um Ungenauigkeit beim Zeichnen (auf Sandbrettern) zu vermeiden, wurde später zusätzlich noch die Vorschrift erlassen, nur **mit Zirkel und Lineal** zu arbeiten, was zur "Unlösbarkeit" "einer Reihe von Problemen wie z.B. der Ouadratur des Kreises, oder der Dreiteilung des Winkels führte (mit einen Schiebelineal sind jedoch - wie man im 19. Jh. beweisen konnte - diese Aufgaben alle locker ausführbar, nur halt nicht mit Zirkel und Lineal allein).

Eine weitere Neuerung geht ebenfalls auf die alten Griechen zurück: Die wissenschaftliche Institution, in der vom Staat bezahlte Forscher frei arbeiten konnten, in denen Wissen gesammelt, kritisch geprüft und erweitert wurde. Die bekannteste und berühmteste dieser **"Akademien"** war die von **Alexandria im hellenistischen Ägypten**. Der damit verbundene Fortschritt wurde jedoch mit einer zunehmenden Entfremdung von der Praxis bezahlt. Von einem alexandrinischen Mathematiker - nämlich **Euklid** - wurde **das klassische** (wenn auch sehr formalistische) **Lehrbuch der Mathematik** geschaffen, das die Schullehrpläne z.T. (in den romanischen Ländern) bis in die Gegenwart, bei uns bis ins 19. Jh. prägte und dominierte. Vor allem in der Sekundarstufe I (der 10-14jährigen) dominieren daher auch heute noch seine hoch abstrakten Beispiele zur Dreiecksgeometrie. Heute versteht man unter einer Akademie eine wissenschaftliche Einrichtung, in der sich WissenschaftlerInnen der reinen Forschung widmen können, ohne – wie auf den Universitäten – von der Forderung belästigt zu werden, „dumme“ Studenten unterrichten oder betreuen zu müssen.

Die **Universitäten** – die der **wissenschaftliche**n **Bildung** der Jugend dienen, waren eine Erfindung des scheinbar so „finsteren“ Mittelalters. In Wirklichkeit war das Mittelalter in der Entwicklung und Anwendung neuer Techniken und sozialer Einrichtungen erstaunlich fortschrittlich. Dem **Mittelalter** verdankt man unter anderem die Einführung des **Papier**s, des **Buchdruck**s, der **Brille** und der **Universitäten**.

5) DAS FINSTERE MITTELALTER - WAR GAR NICHT SO FINSTER

Das Christentum des Mittelalters **hat die wissenschaftlichen Errungenschaften der Antike** z.T. sehr bewusst abgelehnt und verworfen und höchstens einige Anwendungsaspekte tradiert. Demgegenüber hat **der Islam** das mathematische Wissen der Antike eifrig übernommen und in vieler Hinsicht - vor allem auf dem Gebiet der **Algebra** - erweitert. Aus Indien wurde das - aus religiöser Spekulation stammende Stellenwertsystem mit den damit verbundenen **hindu-arabischen Ziffern** übernommen. Man kann feststellen, dass ein guter Teil des **mathematischen Vokabulars arabisch** ist: Algebra, Algorithmus, Ziffer, Sinus usw. Tendenziell neigte die arabische Mathematik - im Gegensatz zu den Griechen - zu einer **Arithmetisierung der Geometrie**, was sich in der Entwicklung der **Winkelfunktionen und** der ebenen und sphärischen **Trigonometrie** niederschlug.

Das Zeitalter der Erfindungen und Entdeckungen in Europa wird meistens in die Renaissance verlegt, wobei man oft die vorbereitenden und dahinführenden Entwicklungen übersieht. Rapider technischer Fortschritt und die für Europa typische Kombination von Theorie und Praxis lässt sich schon ab dem 12. und 13. Jh. nachweisen, z.B. an Erfindungen wie **Brille, Räderuhr, Kompass, Papier, Buchdruck** aber auch an neuen kühnen Architekturkonstruktionen wie in der Gotik, die Griechen und Römer so nie gewagt hätten. Ebenso werden im Spätmittelalter die bei uns so genannten **arabischen Ziffern** eingeführt. Der Widerstand gegen sie - der bis ins 15. Jh. andauerte - hatte nicht nur religiöse und arbeitsmarktpolitische Gründe; ihre geringe Verfälschungs-sicherheit (auf Schecks oder anderswo) ist bis heute ein Problem (wobei aber **auch die römischen Zahlen** dagegen nicht immun waren, wie man aus der Redewendung entnehmen kann: " jemanden ein X (=10) für ein U (meist V=5 geschrieben) vormachen").

Eine weitere mathematische Neuerung geht auf das Mittelalter zurück: die **Erfindung der negativen Zahlen**. Ihre Akzeptanz hängt sicher damit zusammen, dass seit der Erfindung der **doppelte**n **Buchhaltung** mit (negativem) "Soll" und "Haben" durch den Mönch Luca Pacioli negative Werte - die früheren Menschen sinnlos erscheinen wären - einen Sinn bekamen.

Der Sprachgebrauch kennt den Ausdruck: Nach Adam Riese.. (Scherzergänzung: ..und Eva Zwerg). Diesen Ausdruck verdanken wir dem späten Mittelalter als in Staffelberg im heutigen Sachsen der Rechenmeister **Adam Ries** sein Lehrbuch über das **Rechnen auf den Linien** (= dem traditionellen Abakus) **und mit der Feder** (= modern mit Papier und Bleistift) veröffentlichte. Er war der Meinung, jeder Knabe und – man höre – jedes Mägdelein sollte **lesen, schreiben und rechnen** lernen. Seine moderne Begründung: Wer das alles kann, wird im Geschäftsverkehr nicht so leicht über den Tisch gezogen. Seither gilt Lesen, Schreiben und Rechnen als Grundziel im Volksschulunterricht.

In Italien gab es daneben noch die Entwicklung der Theorie der Gleichungen. Unsere Abkürzung "X" für die Unbekannte geht auf ein italienisches Kürzel für cosa? (was ?) zurück. Für die Lösung von quadratischen Gleichungen verwenden wir noch heute die „**Formel von Vietá**"

Die Darstellung der weiteren Geschichte möchte ich aus Zeitgründen eher kurz halten; außerdem ist sie durch mündliche **Legendentradition** und historische Darstellungen nicht so unbekannt und auch anderswo erhältlich. Ich möchte dabei vor allem auf den Bezug zu gesellschaftlichen Bedürfnissen hinweisen und einige Erwähnungen zur Entwicklung des mathematischen Formalismus machen. Auf eine Darstellung der Geometrie - die ja weitgehende unverändert von den Griechen übernommen wurde - möchte ich dabei verzichten.

6) EUROPA - UND KEIN ENDE

Es ist noch unklar, warum Europa - ein unbedeutendes Anhängsel Asiens - ab dem 15. Jh. alle anderen Völker und Kulturen überflügelte. In Europa wiederum waren oft randständige Länder wie England die Motoren des Fortschritts. Typisch scheint die enge **Verbindung von Theorie und Praxis**, die in der Antike als unfein, "banausenhaft" abgelehnt worden wäre. Der amerikanische Historiker A. McNeill weist nach, dass z.B. auch China im 13. -15. Jh. unter den südlichen Sung, den Yüan und frühen Ming einen ähnlichen Anlauf in eine technologische Entwicklung gemacht hat - mit der Entwicklung von kontinuierlichen Hochöfen sogar auf einer höheren technologischen Stufe als in Europa. Jedoch scheint die China beherrschende Beamtenklasse diese vielversprechende Entwicklung abgewürgt zu haben, um nicht eine konkurrierende Machtgruppe in Form einer Industriellen- und Händlerklasse hochkommen zu lassen. **In Europa** hat die Konkurrenz der zersplitterten nationalen Eliten und die religiöse Spaltung nach der Reformation eine **Unterdrückung des wissenschaftlich-technischen Fortschritts nie zugelassen**.

Auf jeden Fall ist in Europa der **Zusammenhang zwischen gesellschaftlichen Bedürfnissen und der mathematisch-naturwissenschaftlichen Entwicklung** geradezu greifbar: Entdeckungsreisen, die oft monatelang ohne Sichtkontakt zu einer Küste erfolgten, erforderten astronomische Navigation, diese wiederum erforderte genaue Sternbahnen- und Planetenberechnungen, diese wiederum verbesserte Trigonometrie; neue Waffen wie die Kanonen erforderten Präzisionsmechanik und das Studium ballistischer Kegelschnitte. Die Vermessung der neuentdeckten Länder erforderte bessere Trigonometrie und neue Kartenprojektionen usw. Der synergistische Effekt beschleunigte die Entwicklung noch mehr.

Die **kommerzielle**n **Interessen** der Holländer und Engländer förderten die Entwicklung des Versicherungswesens und der damit vorhandenen Statistik. Aber auch die sich entwickelnden absoluten Monarchien förderten die Statistik als -, "Kameralwissenschaft", um ihre Ressourcen genauer erfassen und planen zu können. Die Berechnung von Flugbahnen stimulierte die **Entwicklung der Differentialrechnung und** barocke Architektur die der **Integralrechnung**. Beim Fortschritt der Mathematik hat auch die Entwicklung neuer und eleganter Methoden eine wichtige Rolle gespielt. Die Differential- und Integralrechnung ist zwar parallel von **Newton und Leibniz** entwickelt worden, doch hat sich international die viel einfachere und elegantere Methode von Leibniz (und ihre französische Abwandlung) durchgesetzt. Der gezwungenermaßen ruhiggestellte und müßiggehende Adel verbrachte seine Zeit unter anderem mit Glücksspielen, was die Entwicklung einer beratenden **Wahrscheinlichkeitsrechnung** förderte.

An der grundsätzlichen Struktur dieser Entwicklung hat sich auch im 19. Jh. nichts geändert. Hier möchte ich auf eine **Besonderheit im deutschen Sprachraum** hinweisen, die auch Einfluss auf unsere Lehrpläne in Mathematik hat. Mitteleuropa kam in dieser Zeit zu spät mit der Entwicklung seiner Industrie. In Deutschland versuchte man daher den know-how-Vorsprung der englischen Industrie durch die **forcierte Verwendung der Wissenschaft** wett zu machen. Typisch sind daher die Verbindungen Wissenschaft - Unternehmen wie z.B. in Jena Zeiss mit den Forschern Fraunhofer und Abbe, aber auch Justus Liebig (Kunstdünger!) mit der Landwirtschaft und Bunsen und Koch mit der Verbesserung von Hochöfen und der gesamten chemischen Industrie.

Der Mathematiker **Felix Klein** war gegen die Jahrhundertwende (1900) davon überzeugt, dass die traditionelle Mathematikausbildung an Euklid (viel abstrakte Geometrie wie im Unterstufenlehrplan) nicht geeignet wäre, Deutschland in der internationalen Konkurrenz an der Spitze zu halten und reklamierte daher in seinem „Meraner Programm“ die "modernen" Mathematikgebiete wie **Trigonometrie, Analysis**, den **Funktionsbegriff** und **Statistik und Stochastik** in die Lehrpläne der gymnasialen Oberstufe hinein. Zu Anfang des 20. Jh. war das ihm und seinen Verbündeten gelungen. Auch wenn die Schule junge Leute auf ihre Zukunft vorbereiten sollte, hinken die Lehrpläne in Mathematik einige Generationen hinter Wissenschaft und gesellschaftlicher Praxis zurück. Die Matrizenrechnung kann nur mühsam in den Lehrplan hineingebracht werden, die moderne Algebra nach **Emmy Noether** feierte nur ein kurzes Gastspiel in der Schule als „Neue Mathematik“ in den späten 70er Jahren.

7) NACHSATZ DES AUTORS:

Diese kurze Geschichte der Mathematik wurde 1990 in einer Fortbildungsveranstaltung für Mathematik-lehrerInnen 1990 als Typoskript (=Schreibmaschine) vorgetragen. Sie wurde mit OCR eingescannt, der neuen Rechtschreibung angepasst, gekürzt um didaktische Überlegungen für die FachkollegInnen, um einige neuere Teile ergänzt und nach neuen Layout-Vorstellungen verbessert.