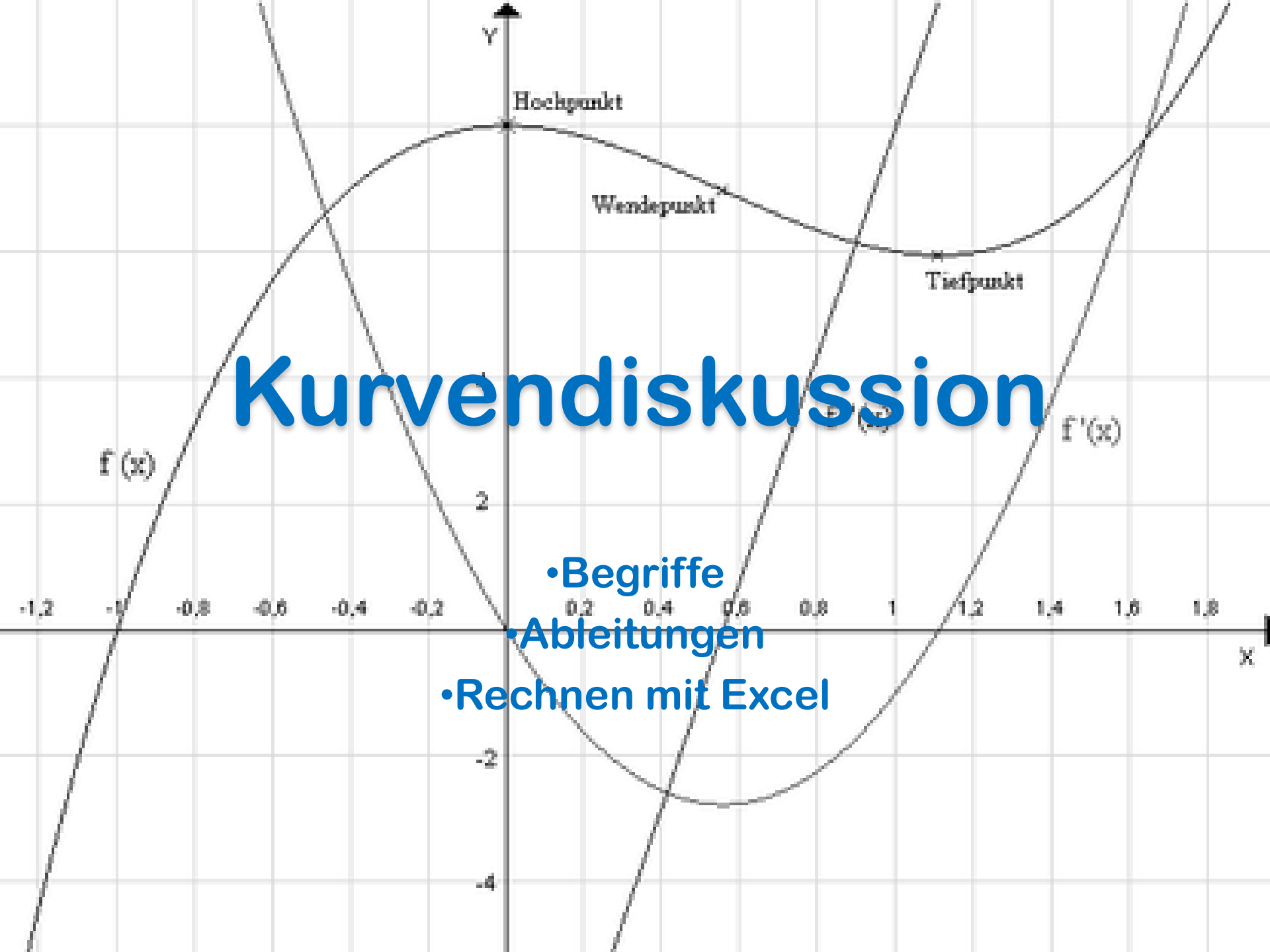


Kurvendiskussion

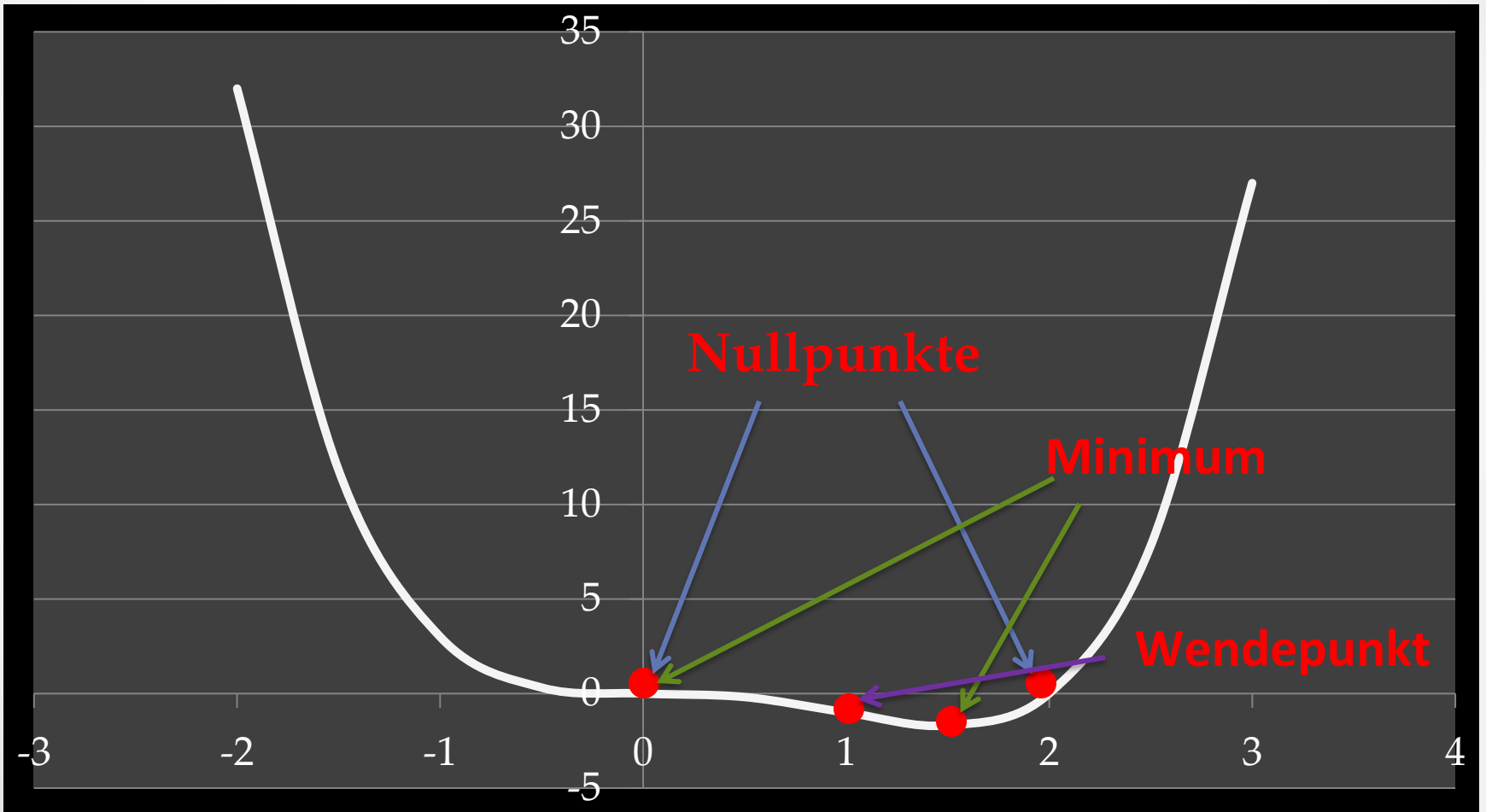


- Begriffe
- Ableitungen
- Rechnen mit Excel

Begriffe

- Nullstelle = Schnittpunkt mit der x-Achse
- Extremstelle = Höchste oder tiefste Stelle
 - Maximum -> wenn 2. Ableitung negativ
 - Minimum -> wenn 2. Ableitung positiv
- Wendepunkt = Größte/kleinste Steigung/Gefälle, danach nimmt die Kurve wieder ab/zu
- Sattelpunkt = Wendepunkt mit waagrechter Tangente

Diagramm



Ableitungen

$$y = x^3 + x^2 + x$$

- 1. Ableitung $\rightarrow y' = 3x^2 + 2x^1 + 1x^0 = 3x^2 + 2x^1 + 1$
- 2. Ableitung $\rightarrow y'' = 6x^1 + 2x^0 = 6x + 2$

$$y = a \cdot x^n$$

$$y' = a \cdot n \cdot x^{n-1}$$

Bei der Ableitung wird die Hochzahl heruntersgesetzt und multipliziert!

Da x^0 gleich 1 ist, fällt die letzte Position weg ($1 \cdot 1 = 1$ und $2 \cdot 1 = 2$).



Rechnen mit Excel

Für x nimmt man Werte, die man grafisch gut darstellen kann

1. Ableitung y'

Funktion y

2. Ableitung y''

x	$y=x^4-2x^3$	$y'=4x^3-6x^2$	$y''=12x^2-12x$
-2	32	-56	72
-1,5	11,8125	-27	45
-1	3	-10	24
-0,5	0,3125	-2	9
0	0	0	0
0,5	-0,1875	-1	-3
1	-1	-2	0
1,5	-1,6875	0	9
2	0	8	24
2,5	7,8125	25	45
3	27	54	72

Wendepunkt
(1/1)

Nullstellen
(0/0) und (2/0)

Sattelpunkt
(0/0), da 2.
Ableitung 0

Minimum
(1,5/-1,6875), da 2.
Ableitung positiv

Nur die ersten beiden Spalten (x/y) enthalten die Koordinaten der Funktion y. In der dritten kann man erkennen, ob ein Extremwert vorliegt ($y'=0$), in der vierten (y''), um welchen Extremwert es sich handelt.



Wie rechnet man mit Excel?

Man setzt im Solver die einzelnen Bedingungen ein:

1. Ableitung y'

Funktion y

2. Ableitung y''

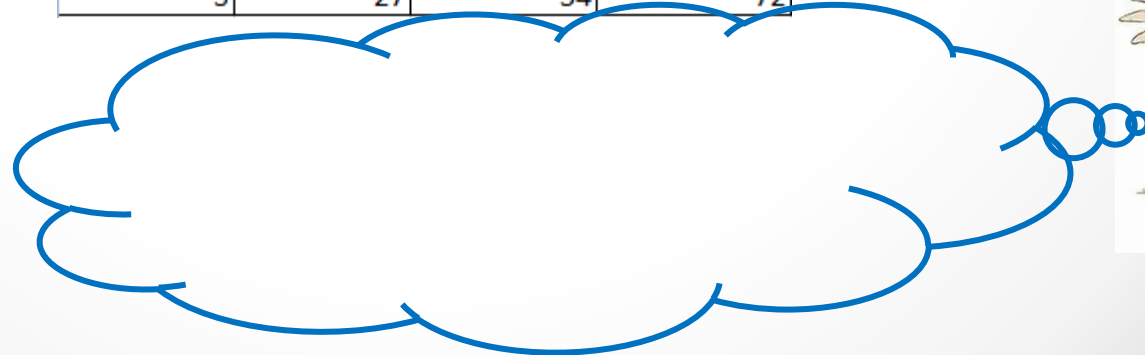
x	$y=x^4-2x^3$	$y'=4x^3-6x^2$	$y''=12x^2-12x$
-2	32	-56	72
-1,5	11,8125	-27	45
-1	3	-10	24
-0,5	0,3125	-2	9
0	0	0	0
0,5	-0,1875	-1	-3
1	-1	-2	0
1,5	-1,6875	0	9
2	0	8	24
2,5	7,8125	25	45
3	27	54	72

Wendepunkt
 $y'' = 0$

Sattelpunkt
 $y' = 0$

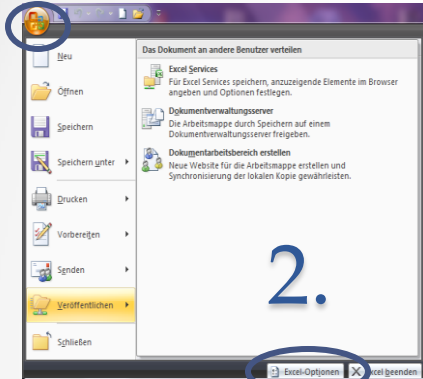
Nullstellen
 $y = 0$

Minimum
 $y' = 0$



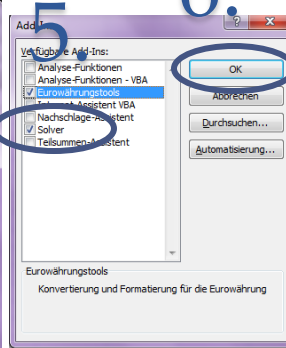
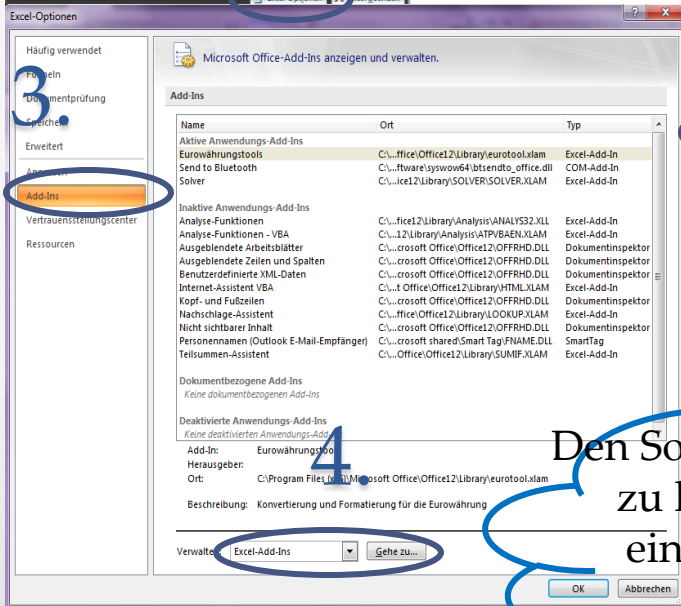
Wie installiert man den Solver?

1.



- Ist ein Add In zum Lösen einer Gleichung
- Muss im Excel eingestellt werden

6.



Den Solver benötigt man, um die Gleichungen zu lösen ($y=0$, $y'=0$, $y''=0$). Hat man ihn einmal eingerichtet, findet man ihn im Registerblatt **Daten**.



Nullstellen ($y = 0$)

Solver-Parameter

Ziel festlegen:

Bis: Max. Min. Wert:

Durch Ändern von Variablenzellen:

Unterliegt den Nebenbedingungen:

Nicht eingeschränkte Variablen als nicht-negativ festlegen

Lösungsmethode auswählen:

Lösungsmethode

Wählen Sie das GRG-Nichtlinear-Modul für Solver-Probleme, die kontinuierlich nichtlinear sind. Wählen Sie das LP Simplex-Modul für lineare Solver-Probleme und das EA-Modul für Solver-Probleme, die nicht kontinuierlich sind.

Hilfe Lösen Schließen

- Die Zielzelle ist die Funktion y (2. Spalte)
- Der Wert ist auf 0 zu setzen
- Die veränderbare Zelle ist die Zelle mit der Variablen x (1. Spalte)

Um die Nullstelle zu berechnen wird der Solver benötigt, wenn sie nicht gleich aus der 2. Spalte ersichtlich ist!



Extremstellen ($y' = 0$)

Solver-Parameter

Ziel festlegen:

Bis: Max. Min. Wert:

Durch Ändern von Variablenzellen:

Unterliegt den Nebenbedingungen:

Nicht eingeschränkte Variablen als nicht-negativ festlegen

Lösungsmethode auswählen:

Lösungsmethode

Wählen Sie das GRG-Nichtlinear-Modul für Solver-Probleme, die kontinuierlich nichtlinear sind. Wählen Sie das LP Simplex-Modul für lineare Solver-Probleme und das EA-Modul für Solver-Probleme, die nicht kontinuierlich sind.

Hilfe Lösen Schließen

- Die Zielzelle ist die 1. Ableitung (3. Spalte)
- Der Wert ist wieder auf 0 zu setzen
- Die veränderbare Zelle ist die Zelle mit der Variablen x (1. Spalte)

Bei der Berechnung der Extremstelle geht man ähnlich wie bei der Nullstelle vor. Diesmal muss aber die 3. Spalte 0 gesetzt werden!



Wendepunkte ($y'' = 0$)

Solver-Parameter

Ziel festlegen:

Bis: Max. Min. Wert:

Durch Ändern von Variablenzellen:

Unterliegt den Nebenbedingungen:

Nicht eingeschränkte Variablen als nicht-negativ festlegen

Lösungsmethode auswählen:

Lösungsmethode

Wählen Sie das GRG-Nichtlinear-Modul für Solver-Probleme, die kontinuierlich nichtlinear sind. Wählen Sie das LP Simplex-Modul für lineare Solver-Probleme und das EA-Modul für Solver-Probleme, die nicht kontinuierlich sind.

Hilfe Lösen Schließen

- Die Zielzelle ist die 2. Ableitung (4. Spalte)
- Der Wert ist wieder auf 0 zu setzen
- Die veränderbare Zelle ist die Zelle mit der Variablen x (1. Spalte)

Bei der Berechnung der Wendepunkte geht man ähnlich wie bei der Nullstelle vor. Diesmal muss aber die 4. Spalte 0 gesetzt werden!



Tipps!

Zahlen wie 2^4 schreibt man in Excel 2^4 .

Wurzel wie $\sqrt[4]{16}$ schreibt man $16^{(1/4)}$.

Nullstellen, Extremstellen und Wendepunkte kann man gut erkennen, da in der Tabelle immer ein Übergang von einer positiven zu einer negativen Zahl oder umgekehrt stattfindet. Man sollte immer auf die Vorzeichen schauen!

Wenn die 2. Ableitung bei einer Extremstelle positiv ist, ist es ein Minimum. Wenn die 2. Ableitung negativ ist, ist es ein Maximum. Wenn die 1. und 2. Ableitung 0 ergeben, handelt es sich um einen Sattelpunkt!



Ende

• • •

Das war die Einführung, wie man in Excel eine
Kurvendiskussion rechnen kann!

Gutes Gelingen ;D