

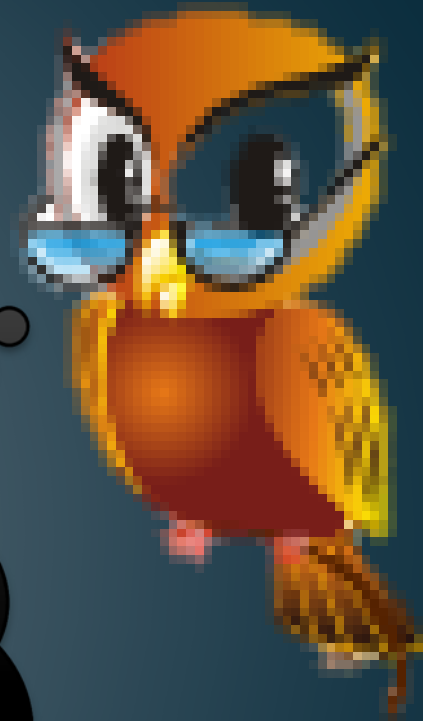
Kurvendiskussion

einfach erklärt ...

DENGG Anna, 4ITK

Kurvendiskussion? Was ist das?
Wie rechne ich das? Was ist eine
Nullstelle? ... noch Fragen?

ich hoffe, sie werden alle in der
folgenden Präsentation
beantwortet!



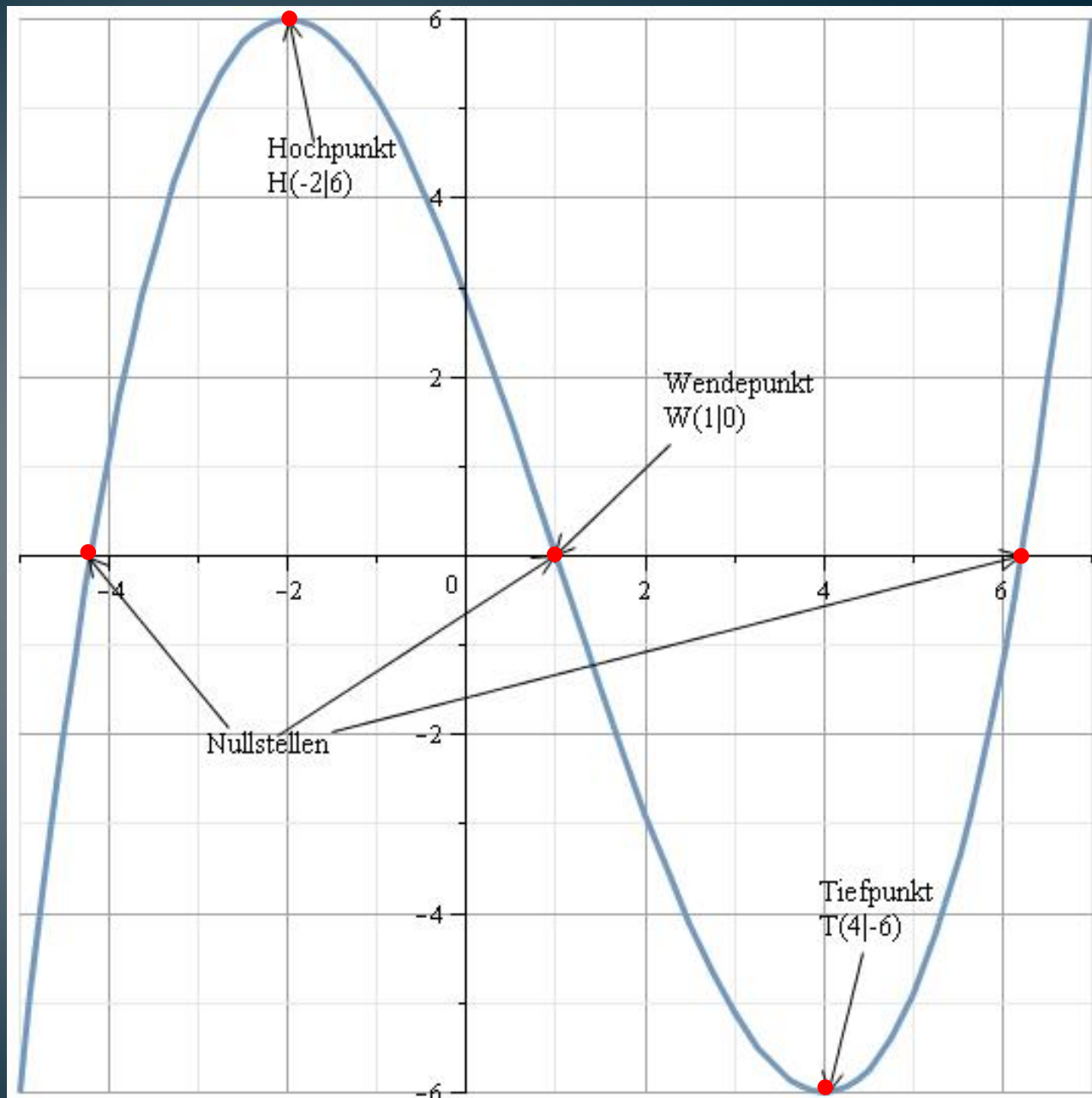
Was ist eine Kurvendiskussion?

= eine umfassende rechnerische graphische (d.h. der Graph wird auch gezeichnet) Untersuchung von Funktionen, wobei man folgende Punkte behandelt bzw. berechnet:

- Nullstelle(n)
- Extremstelle(n) => Hoch- und Tiefpunkte
- Wendestelle(n)



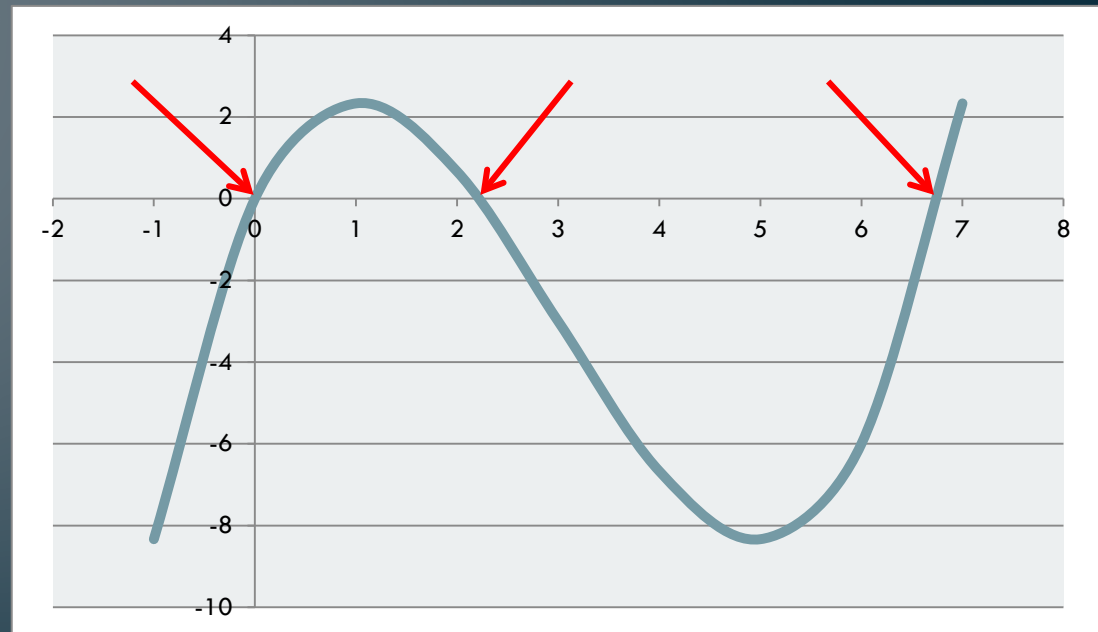
.. das ist also eine Kurvendiskussion!



Nullstelle

= der Schnittpunkt mit der x -Achse.

Bedingung: $y = 0$



Nullstellenberechnung

Ausgangsfunktion: $y = x * (x-2)^2$

$$y = 0$$

$$0 = x * (x-2)^2$$

entweder $x = 0$ oder $(x-2)^2 = 0$

$$x_1 = 0$$

$$\Rightarrow \mathbf{N1 (0 | 0)}$$


$$x_2 = 0$$

$$0 = (x-2)^2$$

$$0 = x - 2$$

$$2 = x$$

$$\Rightarrow \mathbf{N2 (2 | 0)}$$



**.. ist doch
ganz leicht
oder ?**

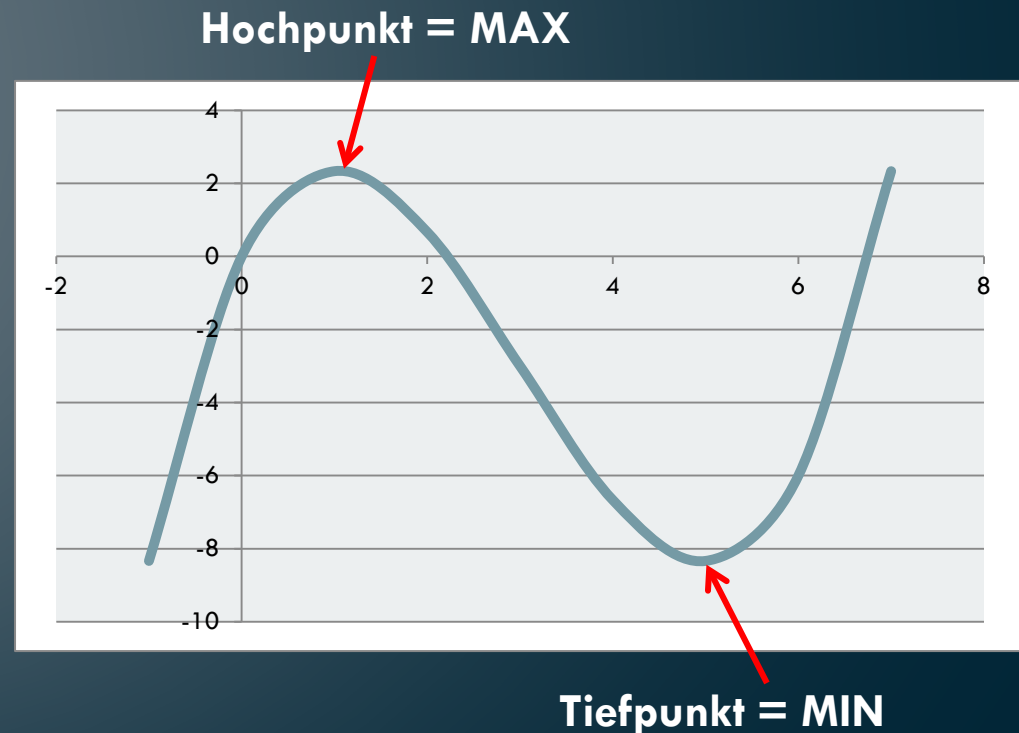
Extremstelle

= Hoch- und Tiefpunkte einer Funktion, d.h. jene Stellen an denen die Tangente waagrecht ist.

Bedingung: $y' = 0$

und $y'' > 0$ Minimum

oder $y'' < 0$ Maximum



Extremstellenberechnung

$$\text{Ausgangsfunktion: } y = x * (x-2)^2 = x * (x^2 - 4x + 4) = x^3 - 4x^2 + 4x$$

$$y' = 3x^2 - 8x + 4$$

$$y' = 0$$

$$0 = 3x^2 - 8x + 4$$

=> quadratische Gleichung!

$$1x2 = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 * 3 * 4}}{2 * 3}$$

$$1x2 = \frac{8 \pm \sqrt{16}}{6}$$

$$x1 = \frac{8 + \sqrt{16}}{6} = 2$$

$$x2 = \frac{8 - \sqrt{16}}{6} = 0,67$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Extremstellenberechnung

$$y = x * (x-2)^2$$

$$y(2) = 2 * (2-2)^2 = 0$$

$$y(0,67) = 0,67 * (0,67-2)^2 = 1,19$$

$$y'' = 6x - 8$$

$$y''(2) = 6 * 2 - 8 = 4$$

$$\Rightarrow \text{MIN } (y'' > 0)$$


$$y''(0,67) = 6 * 0,67 - 8 = -4$$

$$\Rightarrow \text{MAX } (y'' < 0)$$

$$\Rightarrow \text{E1 (2 | 0) MIN}$$

$$\Rightarrow \text{Tiefpunkt}$$

$$\text{E2 (0,67 | 1,19) MAX} \Rightarrow \text{Hochpunkt}$$



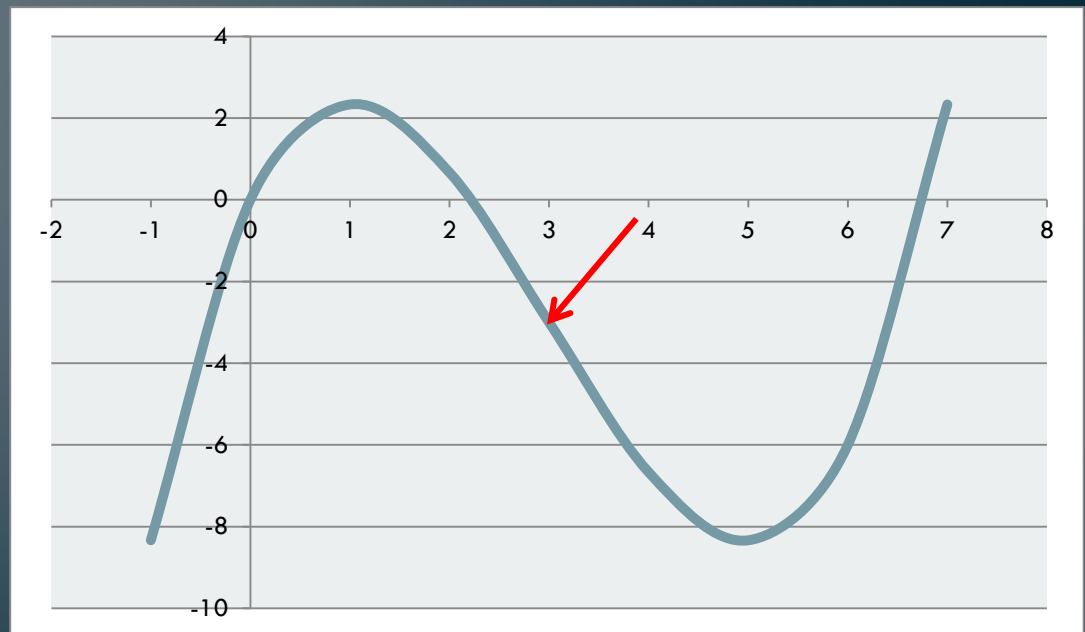
Alles klar? ...
Schritt für Schritt
geht's weiter!

Wendepunkt

= dort, wo der Graph von einer „Rechtskurve“ in eine „Linkskurve“ übergeht bzw. umkehrt. Ein Wendepunkt mit einer waagrechten Tangente ($y'' = 0$)

=> Sattelpunkt.

Bedingung: $y'' = 0$



Wendepunktberechnung

Ausgangsfunktion: $y = x^3 - 4x^2 + 4x$

$$y' = 3x^2 - 8x + 4$$

$$y'' = 6x - 8$$

$$y'' = 0$$

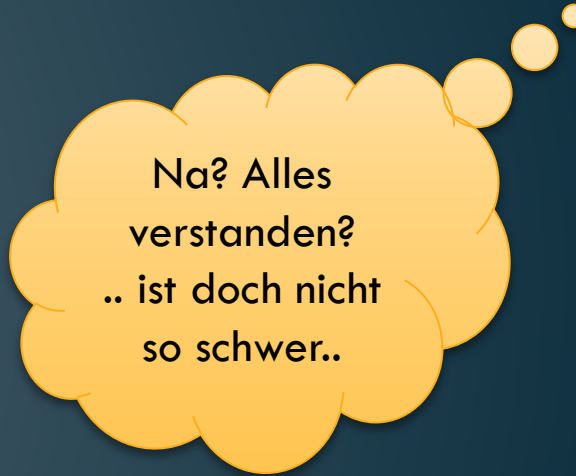
$$0 = 6x - 8$$

$$8 = 6x$$

$$1,33 = x$$

$$y(1,33) = 1,33^3 - 4 \cdot 1,33 + 4 \cdot 1,33^2 = 0,59$$

$$\Rightarrow W(1,33 \mid 0,59)$$



Na? Alles
verstanden?
.. ist doch nicht
so schwer..

So, jetzt seid ihr bereit für euer
eigenes Beispiel! Viel Glück!

Und wenn ihr Hilfe braucht,
schaut euch die Präsentation
einfach noch einmal durch!

