Differentialrechnung

Kurvendiskussion

Kurvendiskussion

Melanie Gräbner

INHALT

Differentialrechnung

Kurvendiskussion

Nullstellen

Sind die Schnittpunkte mit der X-Achse somit ist:

y = 0

oder anders

f(x) = 0

Ein Bsp.
Klick auf mich

Differentialrechnung

Kurvendiskussion

Beispiel

$$y = (1/3)*x^3 - 3*x^2 + 5*x$$

$$0 = (1/3)*x^3 - 3*x^2 + 5*x$$

$$0 = x*((1/3)*x^2 - 3*x + 5)$$

$x_1 = 0$

Zuerst setzt man y = 0. Danach hebt man x heraus. Dabei sieht man, dass, wenn x = 0 ist, die Gleichung Null ergibt. Dies ist aber nur eine der Möglichkeiten und somit der 1. Nullpunkt (0/0).

$N_1 = (0/0)$

Differentialrechnung

Kurvendiskussion

Beispiel

$x*((1/3)*x^2 - 3*x + 5) = 0$

$0 = (1/3)*x^2 - 3*x + 5 \quad |*3$

$x^2 - 9*x + 15 = 0$

$ax^2 - bx + c = 0$

$1 = a$

$-9 = b$

$15 = c$

$$x_{2,3} = \frac{-b +/- \sqrt{b^2 - 4*a*c}}{2*a}$$

Danach nimmt man den zweiten Teil, bei dem das x noch nicht berechnet wurde und setzt ihn Null. Um das weitere Rechnen zu erleichtern löst man den Bruch indem man die Gleichung mit 3 multipliziert und dann die quadratische Gleichung mit der Formel auflöst.

Beispiel

$$x_{2,3} = \frac{-(-9) +/- \sqrt{(-9)^2 - 4*1*15}}{2*1}$$

$$x_2 = \frac{9 + \sqrt{81 - 4*1*15}}{2*1}$$

$x_2 = 2{,}21...$

$$x_3 = \frac{9 - \sqrt{81 - 4*1*15}}{2*1}$$

$x_3 = 6{,}79...$

Nun muss man nur noch in die Formel einsetzen und rechnen.

$N_1 = (2{,}21/0)$

$N_1 = (6{,}79/0)$

Eine Zeichnung. Klick auf mich

Differentialrechnung

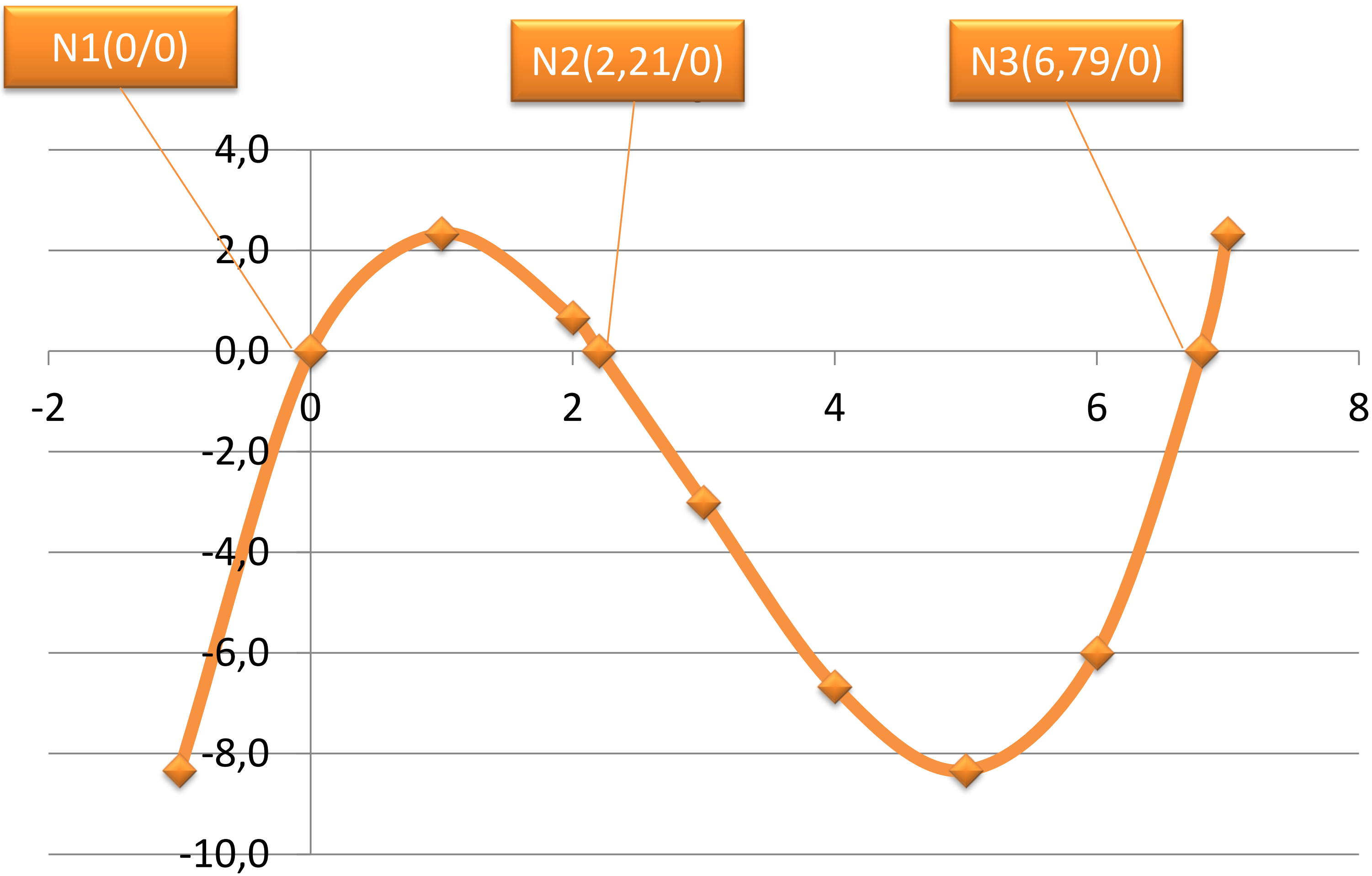
Kurvendiskussion

ZEICHNUNG

x	$y = (1/3)*x^3 - 3*x^2 + 5*x$
7	2,3
6,8	0,0
6	-6,0
5	-8,3
4	-6,7
3	-3,0
2,2	0,0
2	0,7
1	2,3
0	0,0
-1	-8,3

Bevor man zeichnet, sollte man eine Wertetabelle erstellen .

Zeichnung



Differentialrechnung

Kurvendiskussion

Extremstellen

Maxima und Minima

Die Tangente ist an der Extremstelle waagrecht!

Bedingung:

Ein Bsp.
Klick auf mich

$y'(x) = 0$ — $y''(x) > 0$ → Minima

$y'(x) = 0$ — $y''(x) < 0$ → Maxima

Differentialrechnung

Kurvendiskussion

Differentialrechnung

Kurvendiskussion

Beispiel

$y = (1/3)*x^3 - 3*x^2 + 5*x$

$f(x) = a*x^{n}$

$f'(x) = a*n*x^{n}$

$y' = x^2 - 6*x+5$

$y'' = 2*x - 6$

Um die Extremstellen auszurechnen, nimmt man die Angabe und verwendet die angegebene Formel, um die Ableitungen y' und y'' zu bilden, wobei man beachten sollte, dass $x^0 = 1$ und die Ableitung einer Konstanten 0 ist.

Beispiel

$$y' = x^2 - 6*x+5 = 0$$

$$ax^2 - bx + c = 0$$

$1 = a$

$-6 = b$

$5 = c$

$$x_{1,2} = \frac{-b +/- \sqrt{b^2 - 4*a*c}}{2*a}$$

Nun nimmt man die erste Ableitung und rechnet sich die beiden x Werte mit der angegeben Formel aus.

Differentialrechnung

Kurvendiskussion

Beispiel

$$x_{1,2} = \frac{-6 +/- \sqrt{6^2 - 4*1*5}}{2*1}$$

$$x_1 = \frac{-6 + \sqrt{6^2 - 4*1*5}}{2*1}$$

$x_1 = 5$

$$x_2 = \frac{-6 - \sqrt{6^2 - 4*1*5}}{2*1}$$

$x_3 = 1$

Fast ist es geschafft!

Differentialrechnung

Kurvendiskussion

BEISPIEL

$y = (1/3)*x - 3*x^2 - 5*x$

$y'' = 2*x - 6$

$y_1 = (1/3)*5 - 3*5^2 - 5*5$ $y_1 = -8{,}3$

$y_2 = (1/3)*1 - 3*1^2 - 5*1$ $y_2 = 2{,}3$

$y''(5) = 2*5 - 6 =$ $4 > 0$ Min

$y''(1) = 2*1 - 6 =$ $-4 < 0$ Max

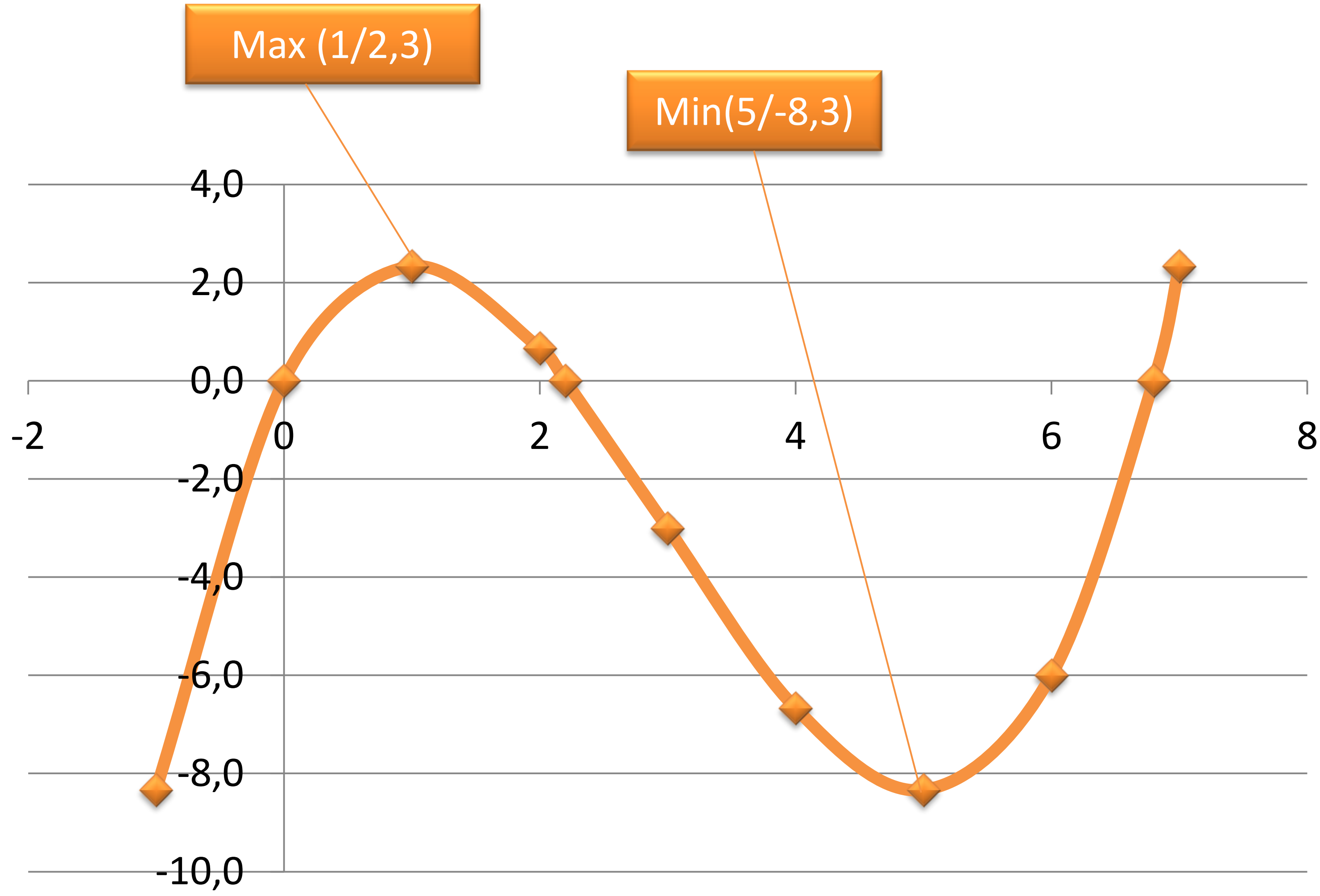
Max (1/2,3)

Min(5/-8,3)

Jetzt muss man nur noch die x Werte in die Angabe y und in die 2. Ableitung einsetzen. Das Ergebnis bei der Angabe gibt über den y - Wert Aufschluss und die Ableitung darüber, ob es nun ein Min oder Max ist.

Eine Zeichnung. Klick auf mich

Zeichnung



Differentialrechnung

Kurvendiskussion

Wendepunkt

Dieser Punkt ist jener Punkt, wo die Kurve ihre größte (od. kleinste) Steigung erreicht.

Bedingung:

Ein Bsp.
Klick auf mich

$$y'' = 0$$

Beispiel

$y'' = 2*x - 6$

$y = 1/3*x^3 - 3*x^2 + 5*x$

$0 = 2*x - 6$

$6 = 2*x$

$x = 3$

Um nun den Wendepunkt auszurechnen, muss man die 2. Ableitung 0 setzen und x berechnen. Zuerst rechnet man + 6 und dann durch 2. Dann in die Angabe einsetzen um den y- Wert zu bekommen.

$y = (1/3)*x^3 - 3*x^2 + 5*x$

$y(3) = (1/3)*3^3 - 3*3^2 + 5*3 =$ $y = -3$

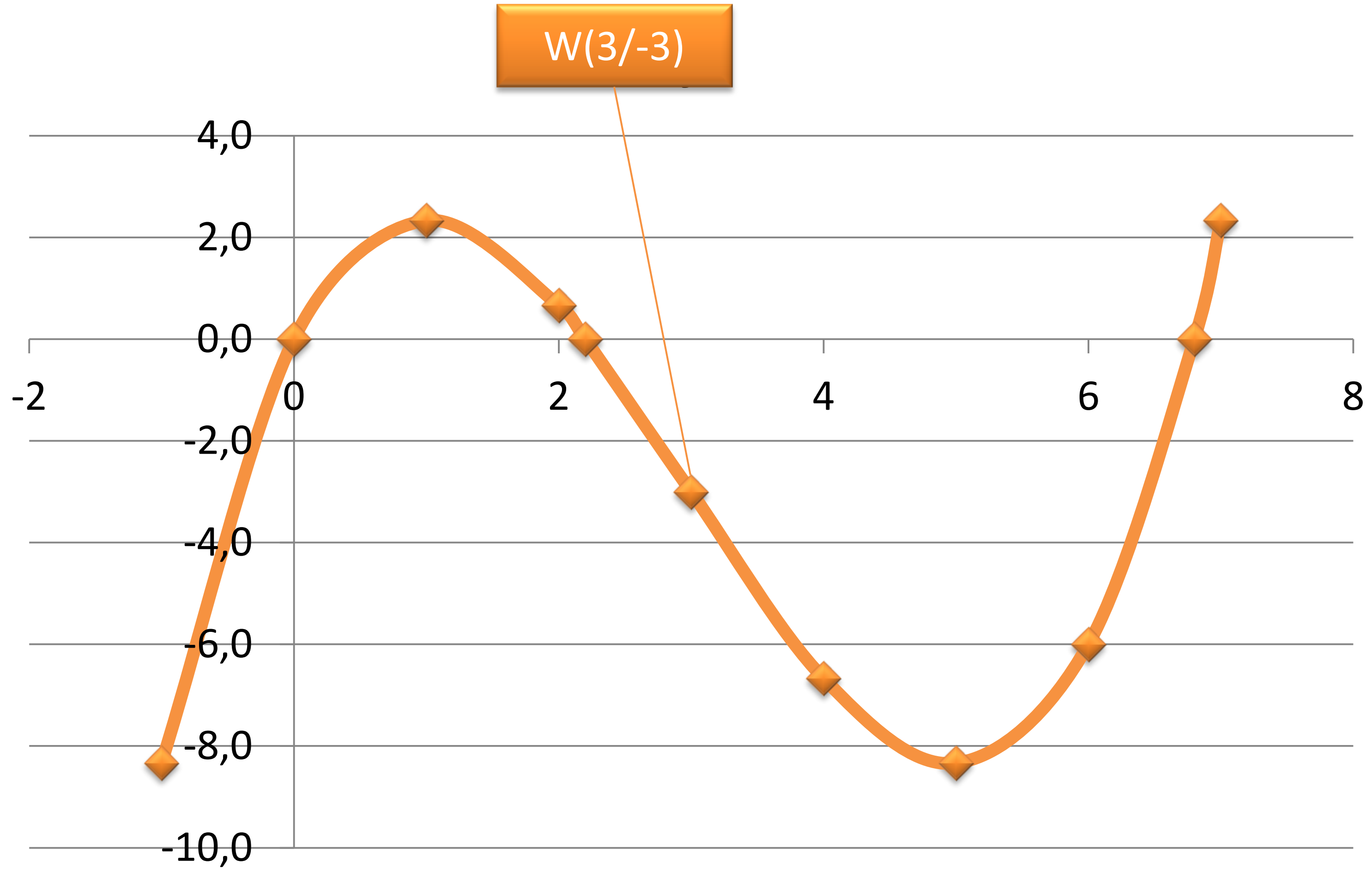
W(3/-3)

Eine Zeichnung.
Klick auf mich

Differentialrechnung

Kurvendiskussion

Zeichnung



Differentialrechnung

Kurvendiskussion

STETIGKEIT

Differentialrechnung

Kurvendiskussion

Eine Funktion ist stetig, wenn man sie mit einer Linie zeichnen kann.


DANKE