Beispiel zur Differenzial – und Integralrechnung

Edita Barisic 5AK
VBS Augarten

Differenzial – und Integralrechnung: Polynomfunktion

a) **Bestimmen Sie in der Funktion $f(x)= ax^3 + bx^2 + cx + d$ die Koeffizienten so, dass der Graph durch den Punkt N1 (0/0) verläuft und an der Stelle x=4 einen Wendepunkt mit der Wendetangente y= -3x + 16 besitzt.**
Zeigen Sie die Übereinstimmung mit $f(x) = ¼\, x^3 - 3x^2 + 9x$

b) **Führen Sie eine Kurvendiskussion durch:**
Fehlende Nullstellen, Extremwerte, Monotonie, Krümmung, grafische Darstellung

N1 (0/0)   Wendepunkt an x=4   Wendetangente y= -3x+16

a)

händisch ausgerechnet:

$f(x)= ax^3 + bx^2 + cx + d$		
$f'(x)= 3ax^2 + 2bx + c$	1) $f(0)= 0 \to d = 0$	*f an der Stelle x = 0 ist 0, daher d = 0*
$f''(x)= 6ax + 2b$		
	2) $f''(4) = 0 \to 24a + 2b = 0$	*an der Stelle x = 4 ist ein Wendepunkt daher ist die zweite Ableitung an x = 4 gleich 0.*
	3) $f'(4)= -3 \to 48a + 8b + c = -3$	*die Steigung am Wendepunkt ist -3 weil die Wendetangente die Steigung -3 hat.*

Wendepunkt herausfinden:

y= -3 x + 16	
y= -3* 4 + 16	*Wendetangente (4/4)*
y= 4	
4) $f(4)= 4 \to 64a + 16b + 4c + \cancel{d} = 4$	

Gleichungssystem berrechnen:

3) 48 a + 8 b + c = -3		
4) 64 a + 16 b + 4 c = 4 | : 4		
3) 48 a + 8 b + c = - 3	- 164/ 4 - 12 + c = 1	
4) 16 a + 4 b + c = 1	c= 1 - 4 + 12	c = 9
32 a + 4 b = - 4 / : 4		
5) 8 a + b = - 1		
2) 24 a + 2 b = 0	- -> 8/4 + b = - 1	
5) 8 a + b = - 1	**b = - 3**	
4 a = 1/ : 4		
a = 1/4	f(x)= 1/4 x^3 - 3 x^2 + 9 x	

Kurvendiskussion

b)	f(x)=1/4x^3-3x^2+9x
	f´(x)= 3/4x^2-6x+9
	f``(x)= 6/4x-6

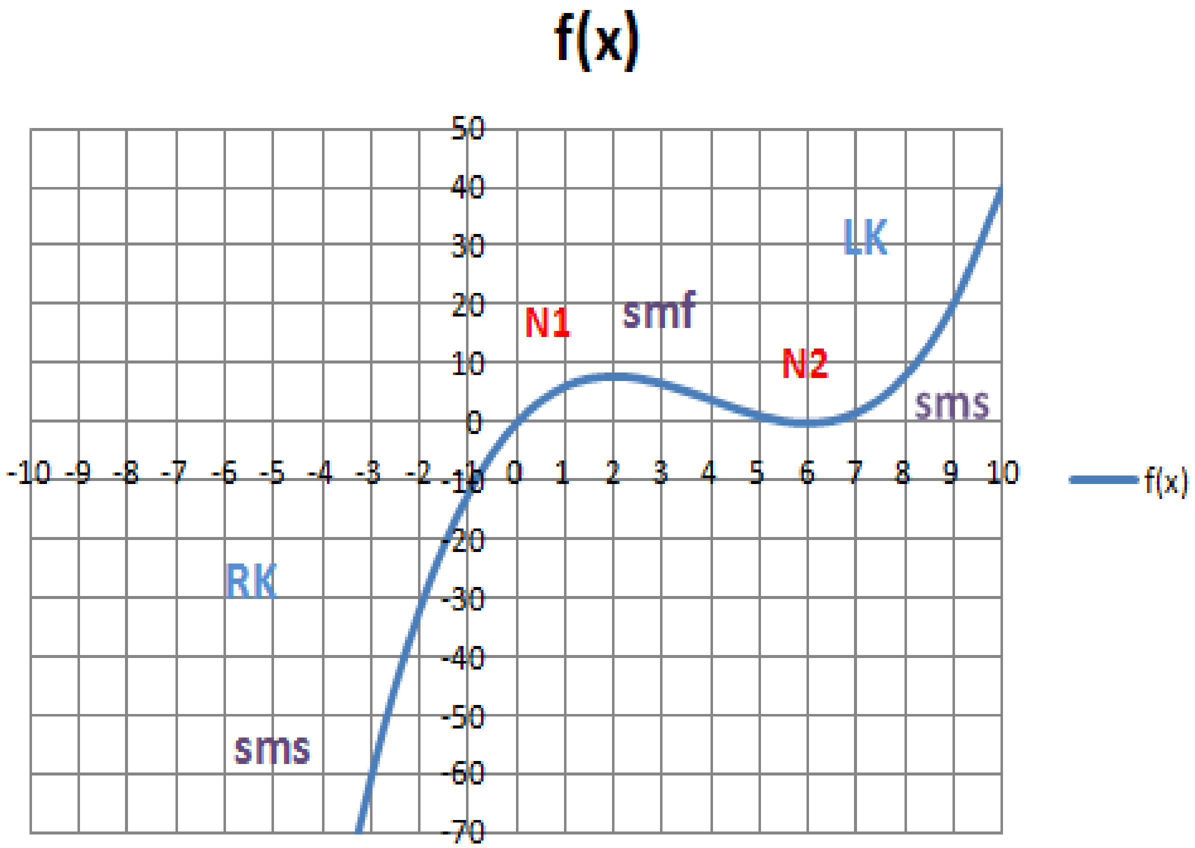
x	f(x)	f´(x)	f´´(x)	tw
-10	-640	144	-21	46
-9	-506,25	123,75	-19,5	43
-8	-392	105	-18	40
-7	-295,75	87,75	-16,5	37
-6	-216	72	-15	34
-5	-151,25	57,75	-13,5	31
-4	-100	45	-12	28
-3	-60,75	33,75	-10,5	25
-2	-32	24	-9	22
-1	-12,25	15,75	-7,5	19
0	0	9	-6	16
1	6,25	3,75	-4,5	13
2	8	0	-3	10
3	6,75	-2,25	-1,5	7
4	4	-3	0	4
5	1,25	-2,25	1,5	1
6	0	0	3	-2
7	1,75	3,75	4,5	-5
8	8	9	6	-8
9	20,25	15,75	7,5	-11
10	40	24	9	-14

Extremwert HP

Wendepunkt gefunden

Extremwert TP gefunden *und Nullstelle gefunden*

Entweder sieht man die Lösungen in dieser Tabelle, oder man muss die Zielwertsuche durchführen, indem man schaut bei welchem Punkt die Zahl vom Positiven zum Negativen wechselt oder andersrum. Das kann vorkommen wenn man die Nullstellen, Extremwerte oder die Wendetangente sucht.



Wendepunkt							
(4/4)		Wendetangente					
		(4/-3)	tw: y= kx+d				
Extremwerte		x=4	tw=4=-3*4+d		Monotomie		
HP	(2/8)	y=4	d=16		]-unendlich; 1 [		streng monoton steigend = sms
TP	(6/0)	k=3	tw: -3x+ 16		]2; 6[		streng monoton fallend = smf
					]6; + unendlich[		streng monoton steigend = sms
Nullpunkt					Krümmung		
(0/0)	N1				]-unendlich; 4[		Rechtskrümmung = RK
(6/0)	N2				]4; +unendlich[		Linkskrümmung = LK